



Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII dalam Menyelesaikan Soal AKM Pola Bilangan Serupa PISA

Oktavia Jauharotus Shofa¹, Indriati Nurul Hidayah²

^{1,2}*Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang, Jl. Semarang No.5, Kota Malang*
e-mail: oktavia.jauharotus.2103116@students.um.ac.id¹, indriati.nurul.fmipa@um.ac.id²

ABSTRAK

Penalaran matematis merupakan kompetensi penting dalam Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) dan PISA karena mendukung siswa dalam memahami dan menyelesaikan masalah. Namun, studi menunjukkan kemampuan penalaran matematis siswa Indonesia belum optimal. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif jenis fenomenologi yang bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa kelas VIII dalam menyelesaikan soal AKM pola bilangan serupa PISA dengan analisis data oleh Miles dan Huberman. Instrumen penelitian adalah peneliti, soal AKM pola bilangan serupa PISA, dan pedoman wawancara. Subjek diambil dari masing-masing level kemampuan penalaran, yaitu level *extending*, *consolidating*, *developing*, *beginning*, dan *not evident*. Siswa *extending* mampu menghubungkan pola bilangan dengan luas bangun datar, menuliskan pola, menggunakan dua cara, menciptakan ide baru, dan menunjukkan generalisasi. Siswa *consolidating* dapat menghubungkan pola bilangan dengan luas bangun datar, menuliskan sifat, menemukan perbedaan pola, menyimpulkan, menggunakan dua cara, dan menunjukkan contoh kontra konjektur. Siswa *developing* dapat memperluas pola, mengkonversikan gambar, membuktikan konjektur, menemukan perbedaan pola, tetapi tidak dapat menyimpulkan. Siswa *beginning* tidak dapat menulis konjektur dan pola, melakukan kesalahan penulisan, penggunaan, dan pengkonversian satuan, serta perhitungan. Siswa *not evident* tidak dapat mengkonversi gambar, tidak menyadari hubungan pola bilangan dan luas bangun datar, juga baris dan kolom, serta tidak dapat membuat konjektur mengenai pola bilangan.

Kata Kunci: kemampuan penalaran, level, AKM pola bilangan.

ABSTRACT

Mathematical reasoning is an essential competency assessed in the Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) and PISA because it supports students in understanding and solving problems. However, studies have shown that Indonesian students' mathematical reasoning ability is not optimal. This study employs a qualitative descriptive approach using a phenomenological framework to describe the mathematical reasoning abilities of grade VIII students in solving AKM problems related to number patterns, similar to those found in PISA, with data analysis conducted using Miles and Huberman's method. The research instruments were researchers, AKM problems of number patterns similar to PISA, and interview guidelines. Subjects were taken from each level of reasoning ability, namely the extending, consolidating, developing, beginning, and not evident levels. The results showed that students at the extended level can connect number patterns with the area of flat shapes, write patterns, use two methods, create new ideas, and show generalizations. Consolidating students are able to connect number patterns with the area of flat shapes, to write properties, to find differences in patterns, to conclude, to use two methods, and to show examples of counterexamples of conjectures. Developing students can expand patterns, convert images, prove conjectures, and identify differences in patterns, but are not yet able to draw conclusions. Beginning students cannot write conjectures and patterns, make errors in writing, using, and converting units, and perform calculations. Students at the not evident level cannot convert images, are not aware of the relationship between number patterns and the area of flat shapes, as well as rows and columns, and cannot make conjectures about number patterns.

Keywords: reasoning ability, levels, AKM number patterns.

PENDAHULUAN

Proses bernalar sangat diperlukan dalam menyelesaikan permasalahan yang dialami oleh setiap orang. Individu dengan kemampuan penalaran yang baik akan lebih mudah menganalisis dan menentukan solusi dari permasalahan yang dihadapinya (Purwosetiyono, et al., 2022). Kemampuan ini menjadi aspek penting yang membantu individu memahami, mengevaluasi, dan membuat keputusan yang tepat dalam berbagai solusi. Sari & Musdi (2020) menyatakan bahwa “*mathematical reasoning is the foundation for mathematical knowledge*”. Pernyataan ini memiliki arti kemampuan penalaran merupakan fondasi bagi pengetahuan matematika. Matematika dan penalaran merupakan sebuah keutuhan yang tidak dapat dipisahkan karena melalui penalaran, individu akan dapat memahami materi matematika (Muslimin & Sunardi, 2019). Dengan penalaran yang baik, siswa dapat mengikuti pembelajaran matematika dengan baik pula.

Kemampuan penalaran saat ini dianggap sebagai komponen utama dalam pembelajaran matematika. *National Council of Teacher of Mathematic* (NCTM) merumuskan garis besar fokus pembelajaran matematika melalui kurikulum yang terarah. Kurikulum yang baik diperlukan untuk menghasilkan siswa yang mampu berpikir, bernalar matematis, dan mempunyai pengetahuan serta keterampilan yang dapat diimplementasikan dalam kehidupan sehari-hari. Kemampuan penalaran merupakan salah satu dari lima standar proses berpikir yang harus dimiliki oleh siswa agar dapat memahami konten pengetahuan. NCTM (2000) menyebutkan lima kemampuan dasar tersebut, yaitu (1) pemecahan masalah (*problem solving*), (2) penalaran dan bukti (*reasoning and proof*), (3) komunikasi matematis (*communications*), (4) membuat koneksi (*connections*), dan (5) representasi matematis (*representations*). Terdapat empat tahapan penalaran yang disebutkan oleh NCTM (2009), yaitu analisis masalah, menerapkan strategi, mencari dan menghubungkan antar konteks matematika, dan merefleksikan sebuah solusi. Melalui tahapan-tahapan tersebut, siswa dapat memperkuat keterampilan matematis yang diperlukan dalam pembelajaran matematika.

Kemampuan penalaran matematis membantu siswa dalam menyimpulkan dan membuktikan suatu pernyataan untuk memecahkan masalah dalam matematika. Seorang siswa dikatakan bernalar secara matematis ketika dapat menjelaskan apa yang dipikirkan, membenarkan strategi dan kesimpulan yang dicapai, mengadaptasi pengetahuan yang dimiliki, mentransfer pembelajaran ke konteks lain, membuktikan kebenaran, serta membandingkan dengan apa yang didapatkan (Australian Academy of Science [AAS]). *ReSolve* sebagai salah satu program yang dikembangkan Australia untuk memaksimalkan hasil yang diharapkan pada kurikulum pembelajarannya. *ReSolve* membagi penalaran menjadi tiga indikator utama, yaitu *analysing* (analisis), *generalising* (generalisasi), dan *justifying* (justifikasi). Loong, et al. (2018) mengelompokkan penalaran menjadi lima level tingkat kemahiran, diantaranya: *not evident* (tidak jelas), *beginning* (awal), *developing* (mengembangkan), *consolidating* (mengkonsolidasi), dan *extending* (memperluas).

Melihat pentingnya kemampuan penalaran matematis, kondisi kemampuan penalaran matematis siswa Indonesia dikatakan tidak sesuai karena termasuk dalam kategori rendah

(Nababan, 2020; Wau, et al., 2022). Rendahnya kemampuan penalaran matematis siswa Indonesia sejalan dengan hasil *The Program for International Student Assessment* (PISA) yang menunjukkan bahwa Indonesia berada pada peringkat 70 dari 81 negara di dunia (OECD, 2023). PISA merupakan penilaian internasional sebagai bentuk pengujian kemampuan literasi membaca, literasi matematika, dan sains peserta didik yang berumur 15 tahun. Terdapat tujuh kemampuan dasar yang harus dimiliki siswa dalam memecahkan masalah, salah satunya adalah kemampuan penalaran (OECD, 2019). Hasil PISA menunjukkan nilai kemampuan siswa Indonesia jauh di bawah rata-rata dan menurun dibandingkan hasil PISA 2018. Pada 2018, nilai rata-rata literasi matematika Indonesia sebesar 379 dan turun menjadi 366 pada 2022 (OECD, 2023). Angka ini menunjukkan adanya penurunan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal matematika tipe PISA.

Fenomena rendahnya kemampuan penalaran siswa menunjukkan bahwa kondisi matematika di Indonesia tidak memuaskan. Pemerintah terus berupaya untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam pembelajaran matematika, khususnya kemampuan penalaran. Pemerintah menjadikan kemampuan penalaran sebagai level kognitif tertinggi dalam Asesmen Kompetensi Minimum (AKM). Terdapat tiga level kognitif, yaitu *knowing* (mengetahui), *applying* (menerapkan), dan *reasoning* (penalaran) (Kemendikbud, 2021). Siswa yang mampu mencapai level penalaran akan lebih mudah menganalisis dan menentukan solusi dari permasalahan yang dihadapi. AKM merupakan salah satu bagian dari program yang diselenggarakan oleh pemerintah, yaitu Asesmen Nasional (AN). Program ini disusun sebagai bekal siswa dalam menghadapi abad ke-21. Soal yang sebelumnya diberikan kepada siswa hanya fokus pada satu aspek kognitif saja, diubah menjadi asesmen yang mengandung tiga aspek kognitif, serta berhubungan dengan konteks dunia nyata, sehingga dapat mengembangkan proses bernalar siswa dan meminimalisir kesulitan yang dialami oleh siswa. AKM merupakan evaluasi kompetensi dasar dalam rangka mengembangkan kapasitas diri dan keikutsertaan siswa dalam lingkungan masyarakat (Fauziah, et al., 2021). Kompetensi yang diberikan diharapkan mampu membentuk pemikiran siswa dengan penyajian masalah-masalah dengan beragam konteks yang disajikan dalam soal AKM.

Kendati demikian, berbagai studi dan evaluasi mengindikasikan bahwa kemampuan penalaran siswa di Indonesia masih belum optimal. Hal ini terlihat dari rendahnya capaian siswa dalam menyelesaikan soal AKM (Hastuti & Setyaningrum, 2023). Siswa dengan kemampuan penalaran rendah lebih banyak dibandingkan kemampuan sedang maupun tinggi (Manalu, et al., 2020; Wati & Nurcahyo, 2023; Yasinta, et al., 2024). Berbagai penelitian telah mengkaji kemampuan penalaran dan mengkategorikan dalam kategori tinggi, sedang, dan rendah berdasarkan jawaban akhir siswa. Berbeda dengan penelitian sebelumnya, penelitian ini menganalisis kemampuan penalaran matematis berdasarkan level kemampuan penalaran yang dikembangkan oleh Loong, et al. (2018) untuk mengkaji kemampuan penalaran secara lebih rinci.

Pengelompokkan kemampuan penalaran matematis ke dalam level tingkat kemahiran oleh Loong, et al., (2018) dikembangkan dari indikator yang dikemukakan oleh *Resolve*. Salah satu

indikator penalaran yang disebutkan, yaitu *generalising* yang mencakup identifikasi pola umum, membentuk dugaan, dan membentuk generalisasi. Berdasarkan hal tersebut terlihat bahwa kemampuan generalisasi erat kaitannya dengan menyusun suatu bentuk umum dari pola yang diamati. Dalam konteks inilah pola bilangan menjadi materi yang relevan karena dapat mengarahkan siswa untuk mengidentifikasi keteraturan dan membentuk rumus umum sebagai hasil dari penalarannya. Hal ini tercermin dalam soal AKM serupa PISA dimana siswa dihadapkan dengan masalah kontekstual yang menuntut kemampuan bernalar. Selain itu, pola bilangan memiliki konsep yang aplikatif dalam kehidupan sehari-hari dan menjadi salah satu kriteria kemampuan akademik seseorang sebagai bekal pada pendidikan selanjutnya (Disnawati & Nahak, 2019; Raharjo, et al., 2020; Sari, et al., 2018). Dengan begitu, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa kelas VIII dalam menyelesaikan soal AKM pola bilangan serupa PISA.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif jenis fenomenologi. Pendekatan kualitatif dilakukan untuk menganalisis dan menggambarkan suatu fenomena secara lebih mendalam (Sugiyono, 2020) agar dapat mendeskripsikan data dan hasil analisis kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal AKM pola bilangan serupa PISA secara naratif.

Penelitian dilakukan di kelas 6E3 SMP Negeri 5 Malang dengan jumlah 32 siswa. Instrumen utama pada penelitian ini adalah peneliti sebagai pengumpul data utama, soal tes kemampuan penalaran berupa soal AKM pola bilangan serupa PISA, dan pedoman wawancara yang telah diuji validitasnya oleh satu orang ahli dalam bidang matematika. Soal dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Soal AKM Pola Bilangan Serupa PISA

Soal	Indikator Penalaran	Level Kognitif AKM	Proses pada PISA
a. Bagaimana bentuk ubin yang akan digunakan Haykal?	• Memahami masalah	• Pengetahuan (<i>knowing</i>)	• Merumuskan (<i>formulating</i>)
b. Berapa ukuran ubin yang dibeli Haykal?			
c. Bagaimana pola ubin yang akan disusun oleh Haykal?			
1. Menurutmu berapa banyak ubin pada urutan ke-5?	• Memahami masalah • Mengajukan dugaan	• Pengetahuan (<i>knowing</i>)	• Merumuskan (<i>formulating</i>)
2. Apabila ruang tengah Haykal berukuran $4m \times 4m$, berapa banyak ubin yang dibutuhkan untuk menutupi seluruh ruang tengah Haykal?	• Melakukan manipulasi matematika	• Penerapan (<i>applying</i>)	• Menerapkan (<i>employing</i>)
3. Untuk menutupi ruang tengah miliknya, Haykal menduga bahwa ubin akan berhenti pada urutan ke-8. Apakah dugaan Haykal benar? Buktikan jawabanmu!	• Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi. • Menarik kesimpulan	• Penerapan (<i>applying</i>)	• Menerapkan (<i>employing</i>)

	dari pernyataan		
4. Haykal berpikir bahwa berapapun luas suatu ruangan, banyak ubin hitam yang digunakan akan selalu setengah dari banyak keseluruhan ubin yang digunakan. Apakah kamu setuju dengan pemikiran Haykal? Jelaskan jawabanmu! Petunjuk: buatlah tabel untuk menunjukkan banyak ubin putih dan ubin hitam.	<ul style="list-style-type: none"> • Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi. • Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi. • Menarik kesimpulan dari pernyataan 	• Penalaran (<i>reasoning</i>)	• Menafsirkan (<i>interpreting</i>)

Pengumpulan data dilakukan dengan pemberian soal AKM pola bilangan serupa PISA. Kemudian siswa dikelompokkan berdasarkan level kemampuan penalaran *extending*, *consolidating*, *developing*, *beginning*, dan *not evident* yang kemudian dilanjutkan wawancara kepada 5 siswa pada setiap level. Langkah selanjutnya, yaitu analisis data. Peneliti menggunakan analisis data yang dikemukakan oleh Miles dan Huberman. Menurut Miles et al. (2014), terdapat tiga tahapan analisis, yaitu reduksi data (memusatkan data agar fokus pada hal yang meliputi tes dan wawancara), penyajian data (menyusun hasil tes dan wawancara), dan penarikan kesimpulan (menghubungkan data yang didapatkan dengan teori yang sudah ada). Dalam penelitian ini, kesimpulan berupa deskripsi kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal AKM pola bilangan serupa PISA. Untuk mendapatkan data yang valid dan akurat, perlu dilakukan uji keabsahan data. Dalam penelitian ini, uji keabsahan dilakukan adalah triangulasi teknik. Triangulasi teknik merupakan teknik pengujian data yang berbeda-beda dari sumber yang sama (Alfansyur & Mariyani, 2020). Dalam hal ini, teknik yang digunakan adalah tes kemampuan penalaran dan wawancara.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Berdasarkan hasil tes kepada 32 siswa, didapatkan lima kelompok level kemampuan penalaran matematis siswa yang dapat dilihat dari Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Level Kemampuan Penalaran Matematis Siswa 6E3

Level Kemampuan Penalaran Matematis	Frekuensi	Persentase
<i>Extending</i>	2	6,25%
<i>Consolidating</i>	7	21,875%
<i>Developing</i>	14	43,75%
<i>Beginning</i>	7	21,875%
<i>Not Evident</i>	2	6,25%
Jumlah	32	100%

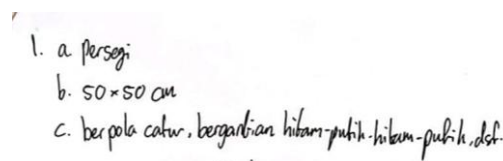
Terlihat bahwa persentase terbesar siswa 6E3 adalah level *developing*. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Rohmah, et al. (2020) yang menyebutkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa kelas VIII pada materi bangun ruang didominasi oleh

kategori sedang. Terdapat lima level kemampuan penalaran matematis siswa yang terpenuhi, sehingga siswa diberi nama S1, S2, S3, S4, dan S5.

Siswa Level *Extending* (S1) dalam Menyelesaikan soal AKM Serupa PISA

1. Indikator Analisis

Pada indikator analisis, siswa mengidentifikasi informasi dari permasalahan serta menghubungkan dan mengeksplorasi hubungan antar sifat-sifat. S1 dapat mengidentifikasi informasi dari permasalahan dengan menuliskan bentuk ubin, ukuran satu ubin, dan pola ubin seperti yang terlihat pada [Gambar 1](#). Ketika diwawancarai, S1 dapat menunjukkan bacaan yang relevan dengan jawaban.



Gambar 1. Hasil Pengerjaan S1 pada Soal Nomor 1

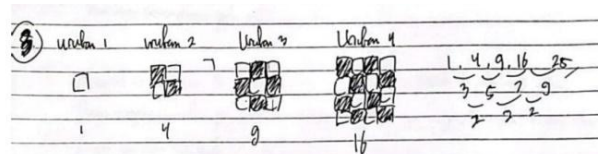
Pada poin b, S1 menuliskan bahwa ukuran satu ubin adalah 50×50 cm, padahal di bacaan hanya tertulis “ubin persegi dengan panjang sisi 50 cm”. Ketika diwawancarai, S1 menyampaikan alasan menggunakan konsep luas persegi karena ubin berbentuk persegi dengan panjang sisinya adalah 50 cm. Rumus luas persegi adalah *panjang sisi* \times *panjang sisi*, sehingga luas ubin adalah 50×50 . Hal ini menunjukkan bahwa S1 dapat menghubungkan dan mengeksplorasi informasi baru yang diketahui dari soal dengan konsep matematika yang telah didapatkan, yaitu luas bangun datar. Alasan S1 dapat dilihat pada wawancara berikut.

P : Kenapa kamu menjawab 50×50 , sedangkan pada soal hanya ditulis 50 cm?

S1 : Karena ubinnya kan berbentuk persegi dan salah satu sisinya itu 50 cm, jadi sisi lainnya juga 50 cm. Luas persegi itu sisi \times sisi, jadi luas ubinnya 50×50 .

2. Indikator Generalisasi

Kriteria penilaian aspek generalisasi adalah siswa mampu menemukan aturan umum dan menuliskannya menggunakan simbol matematika, serta menuliskan dalam bentuk yang berbeda dilengkapi dengan penjelasannya. Pada soal nomor 3, S1 menulis dua cara penyelesaian masalah, yaitu menggunakan barisan aritmatika bertingkat dan aturan perpangkatan. S1 menggambarkan banyak ubin pada urutan ke-1, ke-2, ke-3, sampai urutan ke-4 untuk mencari pola penjumlahannya. S1 menemukan bahwa untuk menuju urutan selanjutnya, bilangan harus ditambah bilangan ganjil mulai dari 3. Melihat pola yang telah ditemukan, S1 menjawab bahwa banyak ubin pada urutan ke-5 adalah 25. Pola yang dituliskan sudah tepat. Selain itu, S1 juga menuliskan aturan umum dalam bentuk aturan perpangkatan, yaitu “setiap urutan dipangkat 2” dilengkapi dengan penjelasannya. Hal ini dapat dilihat pada [Gambar 2](#) dan hasil wawancara berikut.

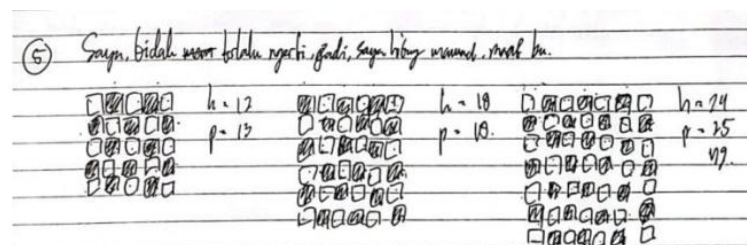


3. Menurut saya, banyak ubin pada urutan ke-5 adalah 25 ubin. Karena selada di bilangan (1,1). Saya pecahkan pola nya, yang belah ketupat. Jadi, saya bilang selanjutnya pola dan kesembala hasil banyaknya ubin sama dengan 25 ubin. Atau, ada juga pola lain, dimana setiap urutan di pangkat 2. $1^2 = 1 / 2^2 = 4 / 3^2 = 9 / 4^2 = 16 / 5^2 = 25$. Artinya sama dengan pola selanjutnya, dan sama dgn bilangannya.

Gambar 2. Hasil Pengerjaan S1 pada Soal Nomor 3

P : Sekarang yang nomor tiga. Apa yang ditanyakan pada nomor tiga?
 S1 : Berapa banyak ubin pada urutan kelima. Ini saya pakai caranya urutan biasa, Bu. 1,4,9,16 saya taruh bawahnya 3,5,7, saya taruh bawahnya lagi 2,2,2, gitu. Akhirnya ketemu hasilnya 25. Atau ini juga bisa pakai urutan keberapanya itu dipangkatkan dua begitu, Bu. Misalkan 2 pangkat 2 hasilnya 4. Pada urutan ketiga, 3 pangkat 2 hasilnya 9. Terus saya teruskan, berarti ini kan 5 dipangkat 2 itu 25. Akhirnya ketemu hasilnya adalah 25.

Hal yang sama terjadi pada soal nomor 5 dimana S1 melihat pola yang terdapat pada soal, yaitu pola ubin urutan ke-1 sampai ke-4. Dari pola yang diamati, S1 mendapatkan konjektur berupa banyak ubin hitam tidak selalu setengah dari banyak ubin keseluruhan. Untuk membuktikan dan meyakinkan konjektur yang telah dibuat, S1 menggambarkan pola ubin pada urutan ke-5 sampai dengan ke-7. Terbukti bahwa konjektur yang telah dibuat benar, sehingga S1 menuliskan aturan umum, yaitu banyak ubin hitam tidak selalu setengah dari banyak ubin keseluruhan. Jawaban S1 dapat dilihat pada Gambar 3.



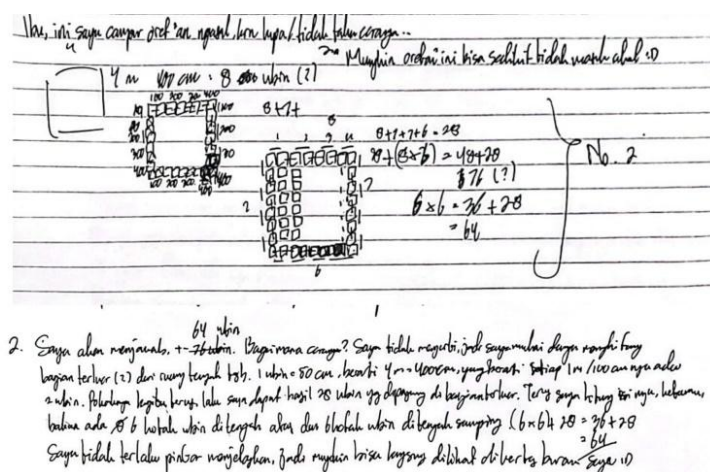
5. Menurut saya, pemikiran Haykal salah. Karena saya coba hitung manual (menggambar selada) dan ubin hitam tidak selalu selengah. Mungkin di beberapa pola, ya, tapi ada juga yang tidak. Di pola yang belah selengah itu, saya melihat bahwa ubin putih lebih banyak 1 dari pada ubin hitam, jadi bukan selengah. seperti pemikiran Haykal.

Gambar 3. Hasil Pengerjaan S1 pada Soal Nomor 5

3. Indikator Justifikasi

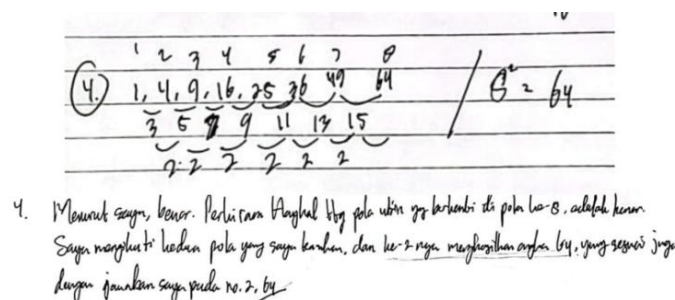
Pada indikator ini, siswa dapat menuliskan langkah pemecahan masalah dengan lengkap dan benar, serta menunjukkan bahwa generalisasi berlaku di semua kasus. Pada soal nomor 2, S1 melakukan penyelesaian berbeda siswa yang lain, yaitu dengan menuliskan “ide” dalam menyelesaikan masalah. Cara penyelesaian yang dilakukan S1 tidak menggunakan pola atau rumus, tetapi dengan menjumlahkan banyak ubin bagian luar dengan banyak ubin bagian dalam. Langkah pertama yang dilakukan, yaitu mengubah ukuran salah satu sisi ruang tengah menjadi 400 cm. Ukuran satu ubin adalah 50 cm, sehingga setiap 100 cm akan termuat 2 ubin.

Artinya, banyak ubin bagian luar pada satu sisi adalah $2 \times 4 = 8$ ubin. Sisi atas memuat 8 ubin, maka sisi samping kanan dan kiri akan memuat 7 ubin, sisanya adalah sisi bawah yang memuat 6 ubin. Semua ubin tersebut dijumlahkan, sehingga banyak ubin pada bagian luar adalah 28 ubin. Langkah selanjutnya yang dilakukan adalah menghitung ubin bagian dalam dengan cara menghitung banyak ubin di kolom kedua mulai baris kedua sampai kelima dan mengalikannya dengan jumlah kolom yang ada, sehingga $6 \times 6 = 36$ ubin. Langkah terakhir yang dilakukan, yaitu melakukan penjumlahan 28 dengan 36 dan memperoleh hasil 64 ubin. Melihat cara penyelesaian yang dilakukan, S1 dikatakan dapat menyelesaikan permasalahan dengan benar meskipun tidak menggunakan rumus matematika. S1 membuat cara penyelesaian baru sesuai dengan apa yang dipikirkan seperti yang terlihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Hasil Pekerjaan S1 pada Soal Nomor 2

Pada soal nomor 4, S1 menggunakan dua cara dalam menemukan solusi dari permasalahan. Cara yang dilakukan, yakni menggunakan barisan aritmatika bertingkat dan bilangan berpangkat. Kedua cara tersebut menghasilkan bilangan yang sama, yaitu 64. Dari hasil yang sama inilah menjadikan S1 semakin yakin bahwa jawaban yang diberikan benar. Hal ini menunjukkan bahwa S1 melakukan justifikasi pada jawaban pertama dengan cara yang kedua. Dengan proses tersebut, S1 dapat menunjukkan bukti terhadap solusi yang ditawarkan dan dilanjutkan pada proses penarikan kesimpulan. Hasil jawaban S1 dapat dilihat pada Gambar 5 berikut.



Gambar 5. Hasil Pekerjaan S1 Soal Nomor 4

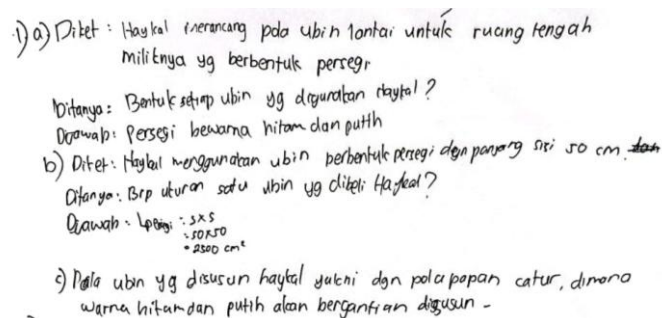
Pada soal nomor 5, S1 menemukan bentuk umum bahwa banyak ubin hitam tidak selalu setengah dari banyak ubin keseluruhan. Selanjutnya, S1 dapat menunjukkan bahwa generalisasi tersebut berlaku pada semua kasus. Hal ini dapat dilihat dari wawancara berikut.

- P : Menurut kamu apabila ukuran ubinnya diperbesar atau diperkecil apakah polanya tetap seperti itu?
 S1 : Waduh kalau itu saya tidak tahu, Bu. Tapi itu saya bakal jawab sama
 P : kenapa kok sama?
 S1 : Karena kalau diperbesar itu bakal gambarnya seperti ini saja. Jadi ya sama saja

Siswa Level *Consolidating* (S2) dalam Menyelesaikan soal AKM Serupa PISA

1. Indikator Analisis

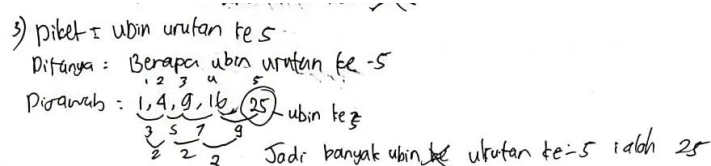
Siswa level *consolidating* mampu menganalisis contoh dan sifat sebagai bahan untuk membuat konjektur. Pada soal nomor 1, S2 menuliskan informasi yang diketahui dan ditanyakan pada soal dengan lengkap. Jawaban yang diberikan berupa bentuk, ukuran, dan pola penyusunan ubin juga dituliskan dengan tepat. Pada poin b, S2 mengalikan panjang sisi terlebih dahulu, yaitu $50 \times 50 = 2500$. Hal ini menunjukkan bahwa S2 dapat menganalisis materi luas persegi dan menerapkannya dalam penyelesaian masalah. S2 menjadikan informasi yang didapatkan sebagai dasar untuk membuat sebuah konjektur yang dituliskan pada soal-soal selanjutnya. Jawaban S2 dapat dilihat dari Gambar 6 di bawah ini.



Gambar 6. Hasil Pekerjaan S2 pada Soal Nomor 1

2. Indikator Generalisasi

Pada indikator ini, S2 mampu menuliskan konjektur menggunakan aturan matematika dan menjelaskan arti dari sifat yang digunakan untuk menyelesaikan masalah. Pada soal nomor 3, S2 menggunakan barisan aritmatika bertingkat untuk menemukan banyak ubin pada urutan ke-5. Ketika diwawancarai, S2 dapat menjelaskan pola yang ditemukan, yaitu dengan menemukan beda (b) dari barisan sebagai tingkat ke-1 dan tingkat ke-2. S2 dapat menjelaskan pola yang digunakan untuk menyelesaikan masalah. Jawaban S2 dapat dilihat pada Gambar 7 dan wawancara di bawah ini.



Gambar 7. Hasil Pekerjaan S2 pada Soal Nomor 3

- P : Bagaimana cara kamu mencarinya?
 S2 : Manual, saya tulis satu persatu
 S2 : Itu kan urutannya ada 1,4,9,16. Itu kan bedanya ada 1 ke 4 itu bedanya 3, 4 ke 9 bedanya 5. Terus 3 ke 5 itu bedanya 2. Terus saya hitung seterusnya sampai urutan ke-5 yakni 25. Jadi banyak ubin urutan ke-5 ialah 25

Pada soal nomor 5, S2 terlebih dahulu melakukan pengamatan dari gambar yang ada pada soal, yaitu urutan ke-1 sampai urutan ke-4. Lalu S2 menyadari bahwa pada urutan ke-3, banyak ubin hitam tidak setengah dari ubin keseluruhan. Hal ini yang menjadi dasar S2 untuk membuat konjektur dari hasil pengamatan. Hasil pekerjaan dan wawancara S2 dapat dilihat pada Gambar 8 dan cuplikan wawancara di bawah ini.

5) Diketahui : Haykal berpikir banyak ubin hitam yg digunakan akan selalu setengah dari banyak keseluruhan ubin yg digunakan.
 Ditanya : Apakah kamu setuju?
 Djawab = Tidak, karena dilihat dari urutan ke-3 sudah menandakan bahwa ubin keseluruhan ^{jumlah} 9 dan tak dpt dibagi 2. Jadi, pemikirannya Haykal salah.

Gambar 8. Hasil Pekerjaan S2 pada Soal Nomor 5

S2 : Tidak karena dilihat dari urutan ke-3 sudah menandakan bahwa ubin keseluruhan berjumlah 9 dan tidak dapat dibagi 2. Jadi pemikirannya Haykal salah.

3. Indikator Justifikasi

Pada indikator ini, S2 menuliskan langkah pemecahan masalah dengan benar dan menunjukkan contoh kontra dari konjektur yang bernilai salah. S2 menggunakan konsep pembagian untuk menyelesaikan soal nomor 2 dan konsep barisan aritmatika bertingkat untuk menyelesaikan soal nomor 4. Kedua soal ini saling berkaitan. Pada soal nomor 2, S2 menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. Langkah pertama yang dilakukan S2 adalah mengubah ukuran ruang tengah yang awalnya bersatuan meter (m) menjadi sentimeter (cm). Pada soal diketahui bahwa ruang tengah berukuran $4m \times 4m$, S2 mengubah $4m = 400\text{ cm}$. Setelah mengubah satuannya, S2 menggunakan konsep luas persegi, yaitu 400×400 . Hasil perkalian kemudian dibagi dengan luas ubin, yaitu 2500 cm^2 dan mendapatkan hasil 64 ubin. S2 dapat menjelaskan cara yang dilakukan, tetapi tidak lengkap karena tidak memberi keterangan apapun dalam proses pembagian setelah menemukan luas ruang tengah. Artinya, S2 dapat menuliskan langkah pemecahan masalah yang benar tetapi tidak lengkap seperti yang terlihat pada Gambar 9.

2) Diket : Ruang tengah Haykal $4m \times 4m$
 Ditanya : Banyak ubin utk menutupi seluruh ruang tengah?
 Djawab : L ruang tengah = 5×5 $4m = 400\text{ cm}$
 $= 400 \times 400$
 $= 160000$ \rightarrow L. persegi / ubin
 2.500
 Jadi, ubin yg dibutuhkan ialah ~~64~~ 64 ubin

Gambar 9. Hasil Pekerjaan S2 pada Soal Nomor 2

Pada soal nomor 4, S2 menggunakan aturan barisan deret aritmatika bertingkat. S2 menemukan bahwa pada urutan ke-8 banyak ubin adalah 64. Hasil ini sama dengan hasil

perhitungan pada nomor 2, sehingga dugaan benar. Hal ini berarti S2 dapat melakukan justifikasi terhadap hasil yang didapatkan menggunakan cara yang berbeda, yaitu pembagian dan pola bilangan. Jawaban S2 dapat dilihat pada Gambar 10 dan cuplikan wawancara di bawah ini.

1) Diket: Menduga ubin akan berhenti pada urutan ke- ∞ , utk menutupi ruang kerah
 Ditanya: Apakah dugaan haykal benar?
 Duganab = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64) dugaan Haykal
 Jadi, dugaan haykal ~~salah~~ benar, karena sesuai dengan hitungan di no. 2

Gambar 10. Hasil Pekerjaan S2 pada Soal Nomor 4

Alasan S2 dapat dilihat pada transkrip wawancara di berikut.

P : Nah itu bagaimana caramu?

S2 : Saya lanjutkan dari hitungan nomor 3, caranya sama. Jadi dugaan Haykal itu benar karena sesuai dengan hitungannya.

P : Terus kenapa kok dugaan Haykal benar?

S2 : Ada di hitungan nomor 2, Bu. Hitungan nomor 4 ini sama kayak nomor 2, hasilnya sama-sama 64. Jadi dugaan haykal benar karena sesuai dengan hitungan nomor 2

Pada soal nomor 5, S2 menyebutkan bahwa konjektur bernilai salah karena banyak ubin hitam tidak selalu setengah dari banyak ubin keseluruhan. Ketika diwawancarai, S2 menunjukkan contoh kontra berupa urutan ubin yang banyak ubin hitamnya tidak setengah dari banyak ubin keseluruhan, yaitu urutan ke-3. Berikut pernyataan dari S2.

S2 : Tidak karena dilihat dari urutan ke-3 sudah menunjukkan bahwa banyak ubin keseluruhan berjumlah 9 dan tidak dapat dibagi 2. Jadi pemikiran Haykal salah.

Siswa Level *Developing* (S3) dalam Menyelesaikan soal AKM Serupa PISA

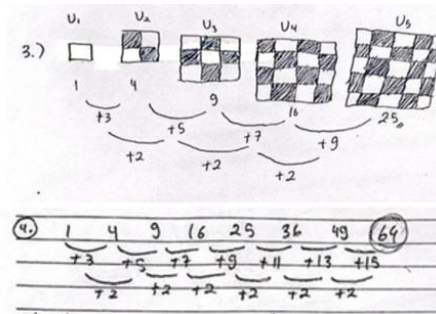
1. Indikator Analisis

Pada soal nomor 1, S3 dapat menuliskan informasi dari soal dengan tepat. S3 menuliskan bentuk ubin adalah persegi, ukuran satu ubin adalah 50×50 , dan pola ubin adalah papan catur seperti yang terlihat pada Gambar 11.

-
- 1) a. Bentuk ubin adalah persegi,
 b. Ukuran 1 ubin adalah 50×50 cm
 c. Pola ubin yang disusun adalah Pola Catur

Gambar 11. Hasil Pekerjaan S3 pada Soal Nomor 1

Selain itu, S3 melakukan pengulangan dan perluasan pola dari pola sebelumnya dalam proses penyelesaian. Pada soal nomor 3, S3 menggunakan konsep barisan aritmatika bertingkat dengan menggambarkan pola ubin pada urutan ke-1 sampai ke-5. Pola yang ditemukan kemudian diulangi pada penyelesaian soal nomor 4 dan dilanjutkan sampai pola ke-8. Jawaban S3 dapat dilihat pada Gambar 12 dan hasil wawancara berikut.

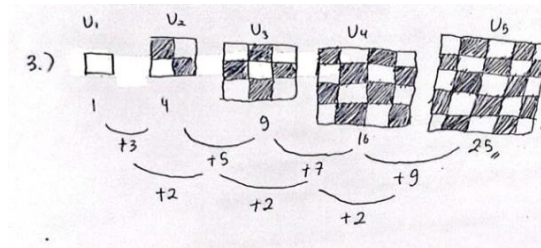


Gambar 12. Hasil Pekerjaan S3 pada Soal Nomor 3 dan 4

S3 : Sama kayak nomor 3, Bu. Saya hitung manual, Bu. Jadi tadikan sudah ketemu 25, itu saya tambah 11 terus 113 terus 15 akhirnya ketemu 64.

2. Indikator Generalisasi

Pada soal nomor 3, S3 dapat menuliskan konjektur banyak ubin pada urutan ke-5 dengan menggambarkan pola ubin dan pola bilangan yang ada di dalamnya. S3 menggunakan konsep barisan aritmatika bertingkat. Konsep matematika yang dituliskan benar, sehingga konjektur yang diciptakan benar. Jawaban S3 terlihat pada Gambar 13.



Gambar 13. Hasil Pekerjaan S3 pada Soal Nomor 3

Saat diwawancarai, S3 dapat menjelaskan langkah yang dilakukan dengan menggunakan barisan aritmatika bertingkat. Hal ini terlihat pada saat wawancara dengan S3 berikut ini.

P : Selanjutnya nomor 3, bagaimana cara kamu menyelesaikannya?

S : Ini kan 1 ubin, ini 4, 9, sampai 16. Terus 1 ke 4 itu ditambah 3, 4 ke 9 itu ditambah 5, jadi setiap bilangan ini (beda) itu ditambah 2. Jadinya 16 ke sini (25) ditambah 7 tambah 2 jadinya ditambah 9, ketemu hasilnya 25.

Sedangkan pada soal nomor 5, S3 menuliskan banyak ubin hitam dan ubin keseluruhan di setiap urutan. Selain itu, S3 juga sudah menandai urutan ke- bilangan ganjil, seperti urutan ke-3, urutan ke-5, dan urutan ke-7. Hal ini menunjukkan bahwa S3 sudah mulai menyadari perbedaan antara banyak ubin hitam pada urutan genap dan ganjil. Jawaban S3 dapat dilihat dari Gambar 14 di bawah ini.

5.)	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8
	1	4	9	16	25	36	49	64
	0	2	4	8	12	18	24	32
	(ubin hitam)	(ganjil)	(ganjil)	(ganjil)	(ganjil)			

Gambar 14. Hasil Pekerjaan S3 pada Soal Nomor 5

Ketika dilakukan wawancara, S3 bisa menjelaskan perbedaan dari urutan genap dan ganjil dengan tepat. Namun, S3 masih belum tepat dalam menarik kesimpulan yang menyebabkan jawaban akhirnya tidak tepat. Hal ini dapat dilihat dari hasil wawancara dan Gambar 15.

- P : Kenapa kamu kok setuju?
 S3 : Sesuai polanya. Tapi seharusnya sisa 1, Bu di urutan ganjil
 P : Lalu apa alasan kamu menjawab setuju?
 S3 : Karena saya pikir itu kan hanya beda 1 ubin, Bu. Jadi saya anggap kalau itu sama, jadinya ubin hitamnya setengah dari ubin keseluruhan. Di urutan ganjil itu memang tidak pas dengan setengahnya, tapi bedanya kan sedikit. Jadi dianggap sama.
 P : Apakah beda satu ubin itu langsung dianggap sama?
 S3 : tidak sih, Bu

s.) Ya, saya setuju dengan pemikiran Haykal bahwa jumlah ubin hitam akan selalu setengah dari keseluruhan ubin.

Gambar 15. Hasil pekerjaan S3 pada soal nomor 5

Proses pemecahan masalah S3 pada soal 3 dan 5 menunjukkan bahwa S3 sudah melakukan langkah yang benar dengan menuliskan pola, tetapi belum dapat mengolah apa yang didapatkan, sehingga konjektur yang dibuat kurang tepat.

3. Indikator Justifikasi

Pada indikator ini, jawaban S3 nomor 2 dan 4 saling berkaitan. Di soal nomor 2, S3 menuliskan apa yang diketahui dari soal, yaitu ukuran ruang tengah dan setiap ubin. S3 menggunakan konsep pembagian untuk menyelesaikan permasalahan pada soal ini. Langkah pertama yang dilakukan, yaitu mengubah ukuran ruang tengah yang awalnya satuan meter menjadi sentimeter. S3 membagi panjang sisi ruangan dengan panjang sisi satu ubin, sehingga $400:50 = 8$. S3 tidak memahami makna hasil pembagian tersebut dan awalnya menganggap bahwa banyak ubin yang digunakan untuk menutupi ruang tengah hanya 8. Setelah mengerjakan nomor 4, S3 baru menyadari ada kekurangan pada jawaban nomor 2. Selanjutnya, S3 melengkapi jawaban nomor 2 berdasarkan hasil yang ditemukan pada soal nomor 4. Jawaban S3 dapat dilihat dari Gambar 16 di bawah ini dilengkapi dengan hasil wawancaranya.

$4m = 400\text{ cm}$
 $4m \times 4m = 400\text{ cm} \times 400\text{ cm}$
 Setiap ubin = $50\text{ cm} \times 50\text{ cm}$
 Jumlah ubin per sisi = $\frac{\text{Panjang sisi ruangan}}{\text{Panjang sisi ubin}}$
 $= \frac{400}{50}$
 $= 8$
 Persegi = $8 \times 8 = 64$ ubin

Gambar 16. Hasil pekerjaan S3 pada soal nomor 2

- P : Pada soal nomor 2, bagaimana cara kamu menjawabnya?
 S3 : Jadi 4m itu sama dengan 400 cm, setiap ubin itu ukurannya 50 cm, jadi saya bagi $400 \div 50$ hasilnya 8. Tapi saya tidak yakin, akhirnya saya lompat. Waktu saya mengerjakan nomor 4 itu, ternyata benar di urutan ke-8, jadi jawabannya 64 ubin.
 P : Lalu kenapa ini kok 8×8 ?
 S3 : Dari nomor 4, Bu. Terus saya pikir lagi. Kan itu hasilnya 8, 8 itu di satu sisi saja. Karena itu semuanya berbentuk persegi dan luas persegi itu $s \times s$, makanya 8×8 . Ketemu hasilnya 64. Saya pastikan hasil dari nomor 4 baru ke luas perseginya.
 P : 8 di sini maknanya apa sih?
 S3 : Hmm... Setelah saya lihat, kayaknya banyak ubin di satu sisi ruang tengah, Bu.

Pada soal nomor 4, S3 mencari banyak ubin pada pola ke-8 menggunakan barisan aritmatika. Lalu menemukan hubungan antara banyak ubin pada urutan ke-8 dengan hasil pembagian pada penyelesaian nomor 2 (antara 64 dan 8), $64 = 8^2$. Setelah itu, S3 baru menyadari bahwa ruang tengah berbentuk persegi, sehingga menggunakan konsep luas persegi. S3 menuliskannya pada Gambar 17 dan menambahkan 8×8 pada Gambar 16. Akhirnya S3 menarik kesimpulan dan menuliskannya seperti Gambar 17.

Ya, karena satu ubin berukuran 50 cm, sedangkan ruang tengah berukuran 4m atau 400cm ($400 : 50 = 8$). Total ada 64 ubin akan menutupi seluruh ruang tengah tersebut.

4.) Ya, karena satu ubin berukuran 50 cm, sedangkan ruang tengah memiliki ukuran 4m / 400 cm. Lalu, pada setiap urutan adalah pangkat 2 dari urutan tersebut. Jadi, $8^2 = 8 \times 8 = 64$ (sesuai dengan nomor 2)

Gambar 17. Hasil Pekerjaan S3 pada Soal Nomor 4

Dari proses penyelesaian masalah, terlihat bahwa S3 dapat menyadari suatu kondisi berhubungan dengan konsep matematika lain apabila telah melakukan beberapa percobaan. Hal ini menunjukkan bahwa S3 dapat menemukan solusi pemecahan masalah menggunakan cara yang lain dan menemukan konjektur.

Siswa Level *Beginning* (S4) dalam Menyelesaikan soal AKM Serupa PISA

1. Indikator Analisis

Pada indikator ini, S4 belum dapat menuliskan informasi yang diketahui dari soal dengan tepat. S4 menjawab semua pertanyaan nomor 1 dengan lengkap, tetapi menuliskan redaksi yang tidak sesuai dengan soal pada poin a. S4 menulis “pola ubin yang akan disusun oleh Haykal adalah berbentuk persegi”. Padahal yang ditanyakan pada soal adalah bagaimana bentuk ubin yang akan digunakan, tetapi S4 menuliskan pola ubin yang disusun. Poin b dan c sudah sesuai dengan bacaan. Namun, S4 mencoba membuat pola ubin, tetapi pola yang dibuat salah. Pada poin c, S4 sudah menerapkan konsep pola bilangan dimana subjek menuliskan banyak ubin yang diketahui pada urutan ke-1 sampai urutan ke-4. Di akhir kalimat, S4 juga menuliskan pola yang ditemukan, yaitu pola urutan ganjil ke urutan ganjil selanjutnya ditambah 8, begitu pula bagi pola urutan genap. Pola yang ditemukan ini benar sampai urutan ke-4, tetapi apabila diteruskan sampai urutan selanjutnya, pola ini tidak sesuai karena akan menciptakan barisan aritmatika yang baru. Tidak hanya itu, ketika S4 diwawancarai mengenai pemahamannya terkait apa yang diketahui dan ditanya pada soal, S4 dengan jelas menjawab bahwa tidak memahami permasalahan pada soal nomor 5. Hasil pekerjaan S4 dapat dilihat pada Gambar 18 dan didukung oleh hasil wawancara berikut.

- a. pola ubin yang akan disusun oleh haykal adalah bentuk persegi.
 b. 50 cm
 c. Haykal akan menyusun ubinnya dengan pola sebagai berikut :

$$\begin{array}{ccccccc}
 1, & 4, & 9, & 16, & & & \\
 +3 & +5 & +7 & & & & \\
 \hline
 & +2 & +2 & & & &
 \end{array}$$
 Pola dengan angka ganjil atau urutan ganjil dijumlahkan dengan 8, dan pola dengan angka genap juga sama dijumlahkan dengan angka 8. Jadi, pola ubin yang disusun oleh haykal yaitu berurutan dengan memperhatikan pola ganjil dan genap.

Gambar 18. Hasil Pekerjaan S4 pada Soal Nomor 1

- S4 : Disitu saya jawab setuju soalnya saya kayak tidak memahami ubin hitam yang digunakan akan selalu setengah dari keseluruhan gitu. Terus saya jawabnya ngasal gitu
 P : berarti kamu tidak memahami soal nya?
 S4 : iya pas itu, tapi setelah saya baca lagi ini tadi saya paham, Bu.

2. Indikator Generalisasi

S4 menggunakan konsep barisan aritmatika bertingkat untuk mengerjakan soal nomor 3. S4 menuliskan banyak ubin pada urutan ke 1, 2, 3, 4, dan 5, yaitu 1, 4, 9, dan 16, serta dapat menjelaskan pola yang didapatkan. Jawaban dan penjelasan S4 dapat dilihat di Gambar 19 dan hasil wawancara berikut.

3. Ubin pada urutan ke-5, adalah :
 pola ubin : $1, 4, 9, 16, 25,$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1, & 4, & 9, & 16, & 25, & & \\
 +3 & +5 & +7 & +9 & & & \\
 \hline
 & +2 & +2 & +2 & & &
 \end{array}$$
 Maka pola ~~16~~ ubin pada urutan ke-5 yaitu 25 ✓

Gambar 19. Hasil Pekerjaan S4 pada Soal Nomor 3

- P : Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal itu?
 S4 : Pakai pola. 1,4,9 terus 16. 1 ke 4 itu ditambah 3, 4 ke 9 itu ditambah 5, 9 ke 16 itu ditambah 7. Nah dari 3 ke 5 ditambah 2 dan 5 ke 7 juga ditambah 2 bu, jadinya diteruskan ketemu 7 ditambah 2 itu 9 jadinya 16 ditambah 9. Ketemu hasilnya 25.

S4 dapat menuliskan pola dan memberikan penjelasan dengan runtut. Namun, S4 tidak menerapkannya pada soal nomor 5. Pada soal nomor 5, S4 tidak menulis cara penyelesaian dari jawaban yang dituliskan. Argumen yang diberikan juga kurang tepat, ditambah lagi alasan tidak menguatkan argumen karena S4 tidak memahami permasalahan dan maksud soal. Jawaban S4 dapat dilihat pada Gambar 20.

5. Setuju, karena dari awal haykal sudah menggunakan ubin putih terlebih dahulu.

Gambar 20. Hasil Pekerjaan S4 pada Soal Nomor 5

Saat diwawancarai, S4 tidak dapat memberikan penjelasan dengan konsep matematika yang tepat. Hal ini terlihat pada wawancara berikut ini.

- P : nah itu kenapa kok bisa kamu jawab seperti ini?
 S4 : karena ini kan sudah ada ubin putih duluan [menunjuk urutan ke-1], terus saya hitung di sini juga hitamnya itu lebih sedikit dari ubin putih. Jadi saya pikir ubin putihnya lebih banyak.

Jawaban dan penjelasan di atas menunjukkan bahwa S4 belum dapat dalam menuliskan konjektur dari suatu pernyataan dan pola dengan tepat.

3. Indikator Justifikasi

Pada indikator ini, S4 kurang tepat dalam menuliskan proses pemecahan masalah dan langkah penyelesaian masalah tidak lengkap. Kesalahan pertama terletak pada perkalian pada luas persegi yang kurang tepat. S4 menuliskan $4m \times 4m = 1600 \text{ cm}$. Penulisan cara ini salah karena yang bisa dikalikan dalam konsep perkalian adalah bilangan, sehingga penulisan yang seharusnya adalah 4×4 , satuan meter (m) tidak perlu dituliskan. Kesalahan kedua yang dilakukan S4 adalah tetap menggunakan satuan m untuk luas persegi. Hal ini menyebabkan S4 melakukan kesalahan ketiga, yaitu menuliskan luas ruang tengah yang awalnya 16 m menjadi 1600 cm , seharusnya luas ruang tengah yaitu $16 \text{ m}^2 = 160.000 \text{ cm}^2$. Kesalahan keempat yang dilakukan adalah S4 membagi luas ruang tengah dengan panjang satu sisi ubin yang ditunjukkan pada pernyataan "untuk menutupi ruang tengah, maka $1600 \text{ cm} : 50 \text{ cm} = 32 \text{ cm} / 50 \text{ ubin}$ ". Ketika diwawancarai, S4 tidak dapat memberikan alasan dengan jelas. Hal ini tentu tidak sesuai dengan konsep matematika yang ada. Apabila tujuannya adalah menghitung banyak ubin yang diperlukan, siswa menggunakan luas ruang tengah dengan luas satu ubin, bukan panjang satu ubin saja. Kesalahan-kesalahan tersebut menunjukkan bahwa siswa kurang memahami konsep dasar satuan panjang dan hubungan luas dan sisi. Perhitungan S4 dapat dilihat pada Gambar 21.

Untuk menutupi ruang tengah, maka : $1600 \text{ cm} : 50 \text{ cm}$
 $= 32 \text{ cm} / \text{ubin}$
~~Jadi, banyak ubin untuk menutupi bagian lantai ruang tengah yaitu 32 ubin / 50 cm~~
 2. $4m \times 4m = 1600 \text{ cm}$
 $1 \text{ ubin} = 50 \text{ cm}$
 Jadi, banyak ubin yang digunakan adalah 32 ubin / 50 cm

Gambar 21. Hasil Pekerjaan S4 pada Soal Nomor 2

Ketika diwawancarai, S4 menjelaskan proses yang dilakukan pada transkrip wawancara berikut.

P : Jadinya gimana?

S4 : Kan $4m$, kalau dijadikan cm itu jadinya 400 cm , lalu saya kali soalnya itu kan luas. Terus saya bagi dengan panjang 1 ubin, 50 cm . Ketemu hasilnya adalah 32 ubin.

P : Kenapa kok yang dibagi luas ruang tengah dan panjang ubin? Bukan dibagi dengan luas ubin atau yang lain?

S4 : Karena kan misalkan luas ruangnya ya diisi ubin Bu, itu ubinnya kan punya panjang, jadi dibaginya dengan panjang ubinnya itu bukan luas ubinnya. Kalau dibagi luas ubinnya nanti tidak ketutupan semua, Bu.

Hal serupa dilakukan pada soal nomor 4, S4 menggunakan barisan aritmatika dalam proses penyelesaian masalah, tetapi melakukan kesalahan perhitungan. Apabila menggunakan barisan aritmatika dalam penyelesaian masalah, maka beda (b) pada pola adalah bilangan ganjil berurutan mulai dari 3. Namun, S4 melewati satu angka, yaitu 9. Setelah menjumlahkan 9 dengan 7, seharusnya menjumlahkan 16 dengan 9, bukan 16 dengan 11. Hal ini berpengaruh

terhadap jawaban S4 pada urutan selanjutnya. Jawaban S4 pada soal nomor 4 dapat dilihat dari Gambar 22 di bawah ini.

4. Urutan ke-8 :

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64

+3 +5 +7 +9 +11 +13 +15 +17

dugaan haykal benar karena 70 ubin.

Gambar 22. Hasil Pekerjaan S4 pada Soal Nomor 4

Siswa Level Not Evident (S5) dalam Menyelesaikan soal AKM Serupa PISA

1. Indikator Analisis

Pada indikator ini, S5 dapat menuliskan informasi yang diketahui di nomor 1 sesuai dengan bacaan. Informasi yang dituliskan sudah tepat untuk menyelesaikan masalah. Hasil pekerjaan S5 dapat dilihat pada Gambar 23.

1. a. Persegi
b. Panjang sisi 60 cm
c. pola papan catur hitam putih

Gambar 23. Hasil Pekerjaan S5 pada Soal Nomor 1

Namun, ketika melihat cara penyelesaian pada soal selanjutnya, S5 belum menerapkan konsep matematika untuk melakukan penyelesaian masalah. S5 tidak menuliskan pola untuk mencari banyak ubin pada suatu urutan, sehingga tidak menemukan konjektur. Pada soal nomor 3, S5 tidak menuliskan pola dalam mencari banyak ubin pada urutan ke-5. Ketika diwawancarai, S5 berfokus pada penambahan baris dan kolom dan menghitungnya secara manual untuk mencari banyak ubin pada urutan ke-5. S5 tidak dapat mengkonversi gambar menjadi bilangan, ditambah lagi siswa tidak memahami baris dan kolom dalam matematika. Penjelasan S5 dapat dilihat dari transkrip wawancara berikut.

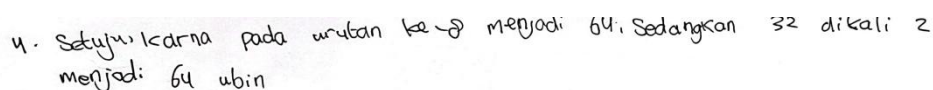
P : Disini kamu menuliskan “selanjutnya ditambah 1 ubin” itu maksudnya bagaimana?

S5 : Itu maksudnya karena ditambah satu ubin aja di samping dan di atasnya

P : Cuma ditambah satu berarti ya?

S5 : Bukan 1 buah ubin bu, tapi satu gini [menggeserkan tangan membentuk 1 baris dan 1 kolom]. Saya nggak tau namanya, Bu. Pokoknya ditambah satu sret ke sini (samping) dan ke sini (atas)

Melihat penjelasan di atas, terlihat bahwa sebenarnya S5 mengerti bahwa untuk mencari banyak ubin pada urutan tertentu harus ditambahkan satu baris dan satu kolom kemudian menjumlahkannya. Tetapi, S5 tidak sadar bahwa hal tersebut berhubungan dengan konsep luas persegi, sehingga pada soal selanjutnya S5 tidak menerapkan dalam proses penyelesaian masalah. Di nomor 4, S5 menuliskan “sedangkan 32 dikali 2 menjadi 64” yang dapat dilihat pada Gambar 24. Pernyataan ini salah karena tidak berhubungan dengan pola pada soal. Hasil pekerjaan S5 menunjukkan bahwa S5 tidak memperhatikan sifat dan pola pada soal sehingga tidak mampu melanjutkan ke tahap selanjutnya.

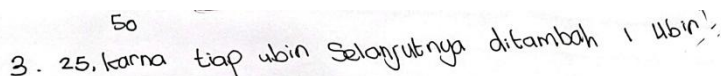


4. Setuju, karena pada urutan ke-5 menjadi 64. Sedangkan 32 dikali 2 menjadi 64 ubin

Gambar 24. Hasil Pekerjaan S5 pada Soal Nomor 4

2. Indikator Generalisasi

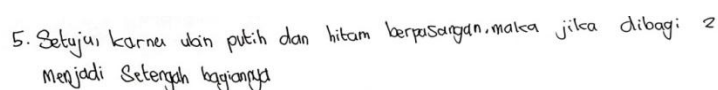
Ketidakmampuan S5 dalam memperhatikan sifat atau pola dalam proses penyelesaian masalah menjadikan S5 tidak menemukan dan menuliskan konjektur dan pola. S5 langsung menuliskan jawaban akhir nomor 3 dan 5 tanpa menuliskan cara. Pada nomor 3, S5 langsung menuliskan banyak ubin pada urutan ke-5 dan alasan, tanpa menuliskan cara mendapatkan hasil tersebut dengan jelas. Hasil pekerjaan S5 dapat dilihat pada Gambar 25 berikut.



3. 25, karena tiap ubin selanjutnya ditambah 1 ubin!

Gambar 25. Hasil Pekerjaan S5 pada Soal Nomor 3

Sama halnya dengan jawaban di atas, S5 juga tidak menuliskan cara dan pola pada penyelesaian soal nomor 5. S5 menjawab seperti pada Gambar 26. Berdasarkan hasil wawancara, alasan S5 menjawab setuju karena ubin hitam dan ubin putih berpasangan dan sudah dalam satu paket, sehingga ubin putih selalu bernilai setengah dari banyak ubin keseluruhan, begitu pula dengan ubin hitam.



5. Setuju karena ubin putih dan hitam berpasangan, maka jika dibagi 2 menjadi Setengah kagiangya

Gambar 26. Hasil Pekerjaan S5 pada Soal Nomor 5

3. Indikator Justifikasi

S5 tidak menemukan konjektur dan pola pada soal, sehingga tidak dapat memberikan pembuktian terhadap apa yang ditemukan. S5 melakukan kesalahan dalam penyelesaian masalah dan tidak menggunakan pola sama sekali dalam mengajukan konjektur dan menyusun strategi penyelesaian. Kesalahan dalam langkah penyelesaian, baik kesalahan konsep maupun perhitungan menunjukkan kurangnya pemahaman S5 terhadap konsep dan konteks yang diberikan pada soal, sehingga strategi penyelesaian yang diterapkan tidak relevan dengan yang dibutuhkan dalam menyelesaikan masalah.

Pembahasan

Berdasarkan hasil tes kemampuan penalaran dan wawancara menunjukkan bahwa pada indikator analisis, terdapat variasi kemampuan penalaran siswa dalam mengidentifikasi informasi, menghubungkan konsep, dan menyusun strategi penyelesaian. Siswa level *extending* menunjukkan kemampuan penalaran kompleks karena dapat mengidentifikasi informasi dengan menuliskan yang diketahui dari permasalahan dan menghubungkan dengan konsep matematika yang telah didapatkan, yaitu luas bangun datar. Siswa level *consolidating* menunjukkan penalaran konseptual yang baik dengan menuliskan informasi yang diketahui dan menghubungkannya dengan sifat bangun datar persegi sebagai bahan untuk membuat konjektur. Menurut NCTM (2000), siswa akan

memiliki pemahaman yang mendalam apabila dapat mengaitkan dengan konsep matematika yang telah didapatkan. Siswa level *developing* dapat menemukan pola melalui konsep barisan aritmatika bertingkat yang kemudian diulangi dan diperluas pada urutan berikutnya. Siswa pada level *beginning* menggambarkan kemampuan terbatas dalam menggunakan informasi dari soal. Informasi yang dituliskan tidak sesuai dengan pertanyaan, sehingga analisis yang dilakukan siswa tidak maksimal dan konjektur yang tercipta tidak sesuai dan menciptakan barisan aritmatika baru. Siswa belum memiliki kemampuan memahami soal sehingga penyelesaian yang dibuat tidak tepat (Murtiyasa & Wulandari, 2020). Siswa level *not evident* menunjukkan kemampuan penalaran tahap awal dengan menuliskan informasi yang tepat, tetapi tidak dapat menerapkannya ke dalam proses penyelesaian masalah. Siswa juga tidak dapat mengkonversi gambar menjadi bilangan dan tidak menyadari hubungan antar konsep. Hal ini menunjukkan kemampuan bernalar siswa melalui identifikasi hubungan antar unsur belum tampak (Pebrianti, et al., 2023).

Untuk indikator generalisasi, siswa level *extending* menunjukkan penalaran matang dengan menuliskan pola bilangan menggunakan barisan aritmatika bertingkat dan menemukan bentuk lain dari pola, yaitu aturan perpangkatan. Proses generalisasi dilakukan dengan pengamatan mendalam terhadap permasalahan dan keteraturan yang muncul, serta penarikan kesimpulan berdasarkan hubungan antar konsep. Siswa level *consolidating* menunjukkan kemampuan penalaran dengan mengamati gambar pada soal dan mencari tahu pola menggunakan barisan aritmatika bertingkat. Siswa menyadari perbedaan pada gambar dan langsung menarik kesimpulan untuk membuat konjektur. Siswa level *developing* dapat mengkonversikan gambar menjadi bilangan pada setiap urutan dan menemukan perbedaan pola, tetapi konjektur yang dibuat tidak tepat karena proses penalaran yang dilakukan belum membentuk pola yang teratur. Hambatan dalam menggeneralisasi pola muncul ketika siswa belum mampu memahami struktur pola yang disajikan secara menyeluruh (Utomo, et al., 2022). Siswa pada level *beginning* menuliskan pola tetapi tidak dapat menerapkannya pada kasus lain, sehingga konjektur yang dituliskan tidak tepat. Siswa pada level *not evident* menuliskan jawaban akhir tanpa menunjukkan cara penyelesaian masalah, sehingga tidak dapat menemukan konjektur dan pola dari permasalahan. Hal ini menunjukkan bahwa proses penalaran siswa belum berkembang atau pada tahap awal. Sejalan dengan itu, Aziz, et al. (2020) menyatakan bahwa ketidakmampuan seseorang dalam membuat konjektur menunjukkan bahwa kemampuan bernalar yang dimiliki belum berkembang secara memadai.

Untuk indikator justifikasi, penalaran tampak melalui cara siswa menghubungkan konsep, menyusun strategi penyelesaian, dan memverifikasi kebenaran konjektur yang diciptakan. Siswa level *extending* menunjukkan kemampuan penalaran yang mendalam dengan menciptakan “ide” baru dalam proses penyelesaian masalah, yaitu menjumlahkan banyak ubin bagian luar dan dalam. Selain itu, siswa juga menuliskan dua cara penyelesaian di tiap soal, yaitu menggunakan konsep barisan aritmatika bertingkat dan aturan perpangkatan. Hal ini menjadi salah satu cara siswa untuk menjustifikasi jawabannya. Siswa menunjukkan generalisasi berlaku pada kasus lain karena

gambar pola akan tetap meskipun ukuran ruangan diubah. Siswa level *consolidating* dapat menghubungkan konsep luas bangun datar dan barisan aritmatika bertingkat. Hasil hitungan yang sama menunjukkan cara siswa menjustifikasi jawaban. Selain itu, siswa dapat menunjukkan contoh kontra dari konjektur yang salah berupa gambar pola yang tidak sesuai. Siswa *developing* melakukan beberapa kali percobaan untuk mengetahui hubungan suatu kondisi dengan konsep matematika lain. Siswa menyusun strategi penyelesaian berdasarkan konsep yang terhubung, sehingga dapat melakukan justifikasi dan memberikan bukti kebenaran konjektur. Siswa level *beginning* tidak dapat memahami konsep dan melakukan perhitungan matematis. Siswa tidak tepat dalam menuliskan satuan perkalian, menggunakan satuan, mengonversi satuan panjang, mengembangkan konsep luas bangun datar, dan menghitung. Siswa pada level *not evident* tidak dapat memahami konsep dan perhitungan, serta tidak menggunakan pola untuk mengajukan konjektur dan menyusun strategi penyelesaian. Kesalahan siswa dalam proses manipulasi matematis adalah salah perhitungan (Ario, 2016) yang disebabkan oleh kurangnya pemahaman terkait konsep matematika dasar (Rismawati & Asnayani, 2019).

SIMPULAN

Sesuai dengan hasil penelitian dan pembahasan mengenai kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal AKM pola bilangan serupa PISA, dapat disimpulkan bahwa siswa kelas 6E3 SMP Negeri 5 Malang mencapai lima level kemampuan penalaran matematis, yaitu *extending*, *consolidating*, *developing*, *beginning*, dan *not evident*. Siswa pada level *extending* mampu menghubungkan pola bilangan dengan luas bangun datar, melakukan pengamatan pada gambar, menuliskan pola bilangan menggunakan barisan aritmatika bertingkat, menyelesaikan masalah dengan dua cara, menciptakan ide baru, dan menunjukkan generalisasi berlaku pada semua kasus. Siswa pada level *consolidating* dapat menghubungkan pola bilangan dengan luas bangun datar, menuliskan sifat-sifat yang dibutuhkan, mengamati gambar, menggunakan konsep barisan aritmatika, menemukan perbedaan pola, menarik kesimpulan, melakukan dua cara penyelesaian, serta menunjukkan contoh kontra pada konjektur yang bernilai salah. Siswa level *developing* menggunakan informasi yang diketahui untuk membuat pola dengan konsep barisan aritmatika bertingkat, memperluas pola, mengkonversikan gambar menjadi bilangan, mengetahui hubungan antar konsep dari beberapa percobaan, memberikan bukti kebenaran konjektur, dan menemukan perbedaan pola pada urutan tertentu, tetapi tidak dapat menarik kesimpulan. Siswa pada level *beginning* menuliskan kalimat yang tidak sesuai dengan soal, tidak tepat dalam membuat konjektur, dan menciptakan pola yang sendiri. Selain itu, siswa melakukan kesalahan konsep dan perhitungan, yaitu penulisan satuan pada perkalian, penggunaan satuan, pengkonversian satuan panjang, pembagian pada konsep luas bangun datar, dan perhitungan. Level terakhir, yaitu level *not evident*. Pada level ini siswa tidak mampu mengkonversi gambar menjadi bilangan dan tidak menyadari hubungan antar konsep, yaitu pola bilangan, luas bangun datar, serta baris dan kolom dalam

matematika. Siswa menuliskan jawaban akhir tanpa cara penyelesaian masalah, sehingga tidak mampu membuat konjektur mengenai pola bilangan dari permasalahan. Saran dari penelitian ini, yaitu guru dapat menanamkan dan memahami konsep matematika dengan pendekatan soal AKM serupa PISA menggunakan model pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik siswa.

DAFTAR RUJUKAN

- Alfansyur, A., & Mariyani. (2020). Seni mengelola data: Penerapan triangulasi teknik, sumber dan waktu pada penelitian pendidikan sosial. *Historis*, 5(2), 146–150. <https://doi.org/10.31764/historis.v5i2.3432>
- Anggito, A., & Setiawan, J. (2018). *Metodologi penelitian kualitatif* (E. D. Lestari (ed.); 1 ed.). CV Jejak.
- Ario, M. (2016). Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMK setelah mengikuti pembelajaran berbasis masalah. *Jurnal Ilmiah Edu research*, 5(2), 125–134.
- Australian Academy of Science [AAS]. (n.d.). *Teachers' guide: Assessing reasoning*.
- Aziz, S. Al, Asmar, A., Ahmad, D., Tasman, F., & Rifandi, R. (2020). Kemampuan Penalaran mahasiswa dalam memecahkan masalah pada mata kuliah telaah kurikulum matematika sekolah menengah. *JEP (Jurnal Eksakta Pendidikan)*, 4(2), 147–154. <http://dx.doi.org/10.24036/jep/vol4-iss2/519>
- Disnawati, H., & Nahak, S. (2019). Pengembangan Lembar kerja siswa berbasis etnomatematika tenun timor pada materi pola bilangan. *Jurnal Elemen*, 5(1), 64–79. <https://doi.org/10.29408/jel.v5i1.1022>
- Fauziah, A., Sobari, E. F. D., & Robandi, B. (2021). Analisis pemahaman guru sekolah menengah pertama (SMP) mengenai asesmen kompetensi minimum (AKM). *Edukatif: Jurnal Ilmu Pendidikan*, 3(4), 1550–1558. <https://doi.org/10.31004/edukatif.v3i4.608>
- Hastuti, M., & Setyaningrum, W. (2023). Analisis Kemampuan Number Sense Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Numerasi Model AKM Berbasis Penalaran. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 12(2), 2363–2377. <http://dx.doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.7065>
- Kemendikbud. (2021). Framework asesmen kompetensi minimum (AKM). In *Badan Penelitian dan Pengembangan dan Perbukuan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan*. Pusat Asesmen dan Pembelajaran, Badan Penelitian, Pengembangan dan Perbukuan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Loong, E., Vale, C., Widjaja, W., Herbert, S., Bragg, L. A., & Davidson, A. (2018). *Developing a rubric for assessing mathematical reasoning: A design-based research study in primary classrooms*. Retrieved from: <https://eric.ed.gov/?id=ED592421>
- Manalu, H., Simamora, R., & Hidayat, A. F. (2020). Kemampuan penalaran matematis siswa laki-laki dan perempuan dalam menyelesaikan soal PISA konten *change and relationships*. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 4, 16–20. <http://dx.doi.org/10.33087/phi.v4i1.81>
- Miles, M.B, Huberman, A.M, & Saldana, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook*, Edition 3. USA: Sage Publications. Terjemahan Tjetjep Rohindi Rohidi, UI-Press.
- Murtiyasa, B., & Wulandari, V. (2020). Analisis kesalahan siswa materi bilangan pecahan berdasarkan teori Newman. *AKSIOMA: Jurnal program studi pendidikan matematika*, 9(3), 713–726. <http://dx.doi.org/10.24127/ajpm.v9i3.2795>
- Muslimin, & Sunardi. (2019). Analisis kemampuan penalaran matematika siswa SMA pada materi geometri ruang. *Kreano: Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 10(2), 171–178.

<https://doi.org/10.15294/kreano.v10i2.18323>

- Nababan, S. A. (2020). Analisis kemampuan penalaran matematis siswa melalui model problem based learning. *Genta Mulia*, XI(1), 6–12. <https://doi.org/10.61290/gm.v11i1.212>
- NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. *The National Council of Teachers of Mathematics*
- NCTM. (2009). Focus in high school mathematics : Reasoning and sense making questions and answers. *National Council of Teachers of Mathematics*, 1–6.
- OECD. (2019). PISA 2018 Assessment and analytical framework. In *OECD Publishing*.
- OECD. (2023). *PISA 2022 result: The state of learning and equity in education: Vol. I* (Nomor 2). OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Pebrianti, A., Usdiyana, D., Dedy, E., & Sudiahartinih, E. (2023). Kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah ditinjau dari kemampuan awal matematis. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 12(3), 3530–3541. <http://dx.doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7400>
- Purwosetiyono, F. X. D., Rahma, M., Budiyaniti, P., & Utami, R. E. (2022). Soal literasi matematika pada siswa tipe *adversity quotient* (AQ). *Enggang: Jurnal Pendidikan, Bahasa, Sastra, Seni, dan Budaya*, 3. <https://doi.org/10.37304/enggang.v3i1.8576>
- Raharjo, S., Pradja, B. P., & Istiqomah, D. (2020). Analisis kemampuan penalaran aljabar siswa SMP dalam pemecahan masalah pola bilangan. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 5, 147–158. <http://dx.doi.org/10.26877/jipmat.v5i2.6546>
- Rismawati, M., & Asnayani, M. (2019). Analisis kesalahan konsep siswa dalam menyelesaikan soal ulangan matematika dengan metode Newman. *J-PiMat*, 1(2), 69–78. <https://doi.org/10.31932/j-pimat.v1i2.495>
- Rohmah, W. N., Septian, A., & Inayah, S. (2020). Analisis kemampuan penalaran matematis pada materi bangun ruang ditinjau dari gaya kognitif siswa SMP. 9(2), 179–191.
- Sari, M., & Musdi, E. (2020). Development of mathematical based constructivism learning tool to improve students' mathematical reasoning abilities. *Journal of Physics: Conference Series*. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1554/1/012076>
- Sari, N. I. P., Subanji, & Hidayanto, E. (2018). Diagnosis kesalahan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 2, 64–69.
- Utomo, G. W., Yensy, nurul A., Hanifah, & Stiadi, E. (2022). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal matematika pokok bahasan pola bilangan dan barisan bilangan kelas VIII SMP Ma'had Rabbani Bengkulu Tengah. *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika Sekolah*, 6(3), 450–458. <https://doi.org/10.33369/jp2ms.6.3.450-458>
- Wati, R. K., & Nurcahyo, A. (2023). Kemampuan numerasi siswa dalam menyelesaikan soal geometri pada asesmen kompetensi minimum. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 1689–1699. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i2.2380>
- Wau, H. A., Harefa, D., & Sarumana, R. (2022). Analisis kemampuan penalaran matematis pada materi barisan dan deret siswa kelas XI SMK Negeri Toma tahun pembelajaran 2020/2021. *AFORE: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1). <https://doi.org/10.57094/afore.v1i1.435>
- Yasinta, Nurdiana, R., & Asmah, S. N. (2024). Analisis kemampuan penalaran matematis siswa melalui soal AKM literasi numerasi. *Jurnal Matematika dan Pengetahuan Alam*, 4(3). <https://doi.org/10.8734/trigo.v1i2.365>