



Analisis Kemampuan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian tentang Isomorfisma Grup

Beni Asyhar

Jurusan Tadris Matematika, IAIN Tulungagung, Jl. Mayor Sujadi Timur No. 46 Tulungagung

e-mail: asyhar_beni@iain-tulungagung.ac.id

ABSTRAK

Isomorfisma Grup merupakan salah satu materi mata kuliah Struktur Aljabar Grup. Untuk menguasai materi ini dibutuhkan materi prasyarat tentang fungsi bijektif. Jika materi prasyarat ini tidak dikuasai, maka untuk mempelajari materi Isomorfisma Grup akan mengalami kesulitan. Masih banyak mahasiswa yang kesulitan mengaplikasikan materi fungsi bijektif untuk menyelesaikan soal-soal pembuktian tentang Isomorfisma Grup. Lupa dan belum paham materi prasyarat masih menjadi masalah dalam menyelesaikan Isomorfisma Grup. Oleh karena itu perlu ada penelitian lebih lanjut tentang kemampuan mahasiswa dalam membuktikan soal-soal pembuktian dan kesalahan-kesalahan dalam menyusun bukti tentang Isomorfisma Grup.

Kata Kunci: kemampuan mahasiswa, pembuktian matematika, isomorfisma grup.

ABSTRACT

Group Isomorphism is one of the sub topic in the Algebra Structure. This sub topic required prerequisite material about the bijective function. If this prerequisite material is not mastered, it will be difficult to study Isomorphism Group material. There are still many students who found difficulties to solve probative questions about Group Isomorphism. The major problem are they were forgetting and not understanding the prerequisite material. Therefore, it should be a further research on the ability of students to prove the questions of proof and errors in preparing evidence about Group Isomorphism.

Keywords: *student ability, mathematical proof, group isomorphism.*

PENDAHULUAN

Matematika adalah ilmu yang membahas pola atau keteraturan (Shadiq, 2007, p. 10). Matematika merupakan ilmu yang mempelajari tentang pola dari struktur, perubahan, dan ruang; secara informal. Dan dapat pula disebut sebagai ilmu tentang bilangan dan angka. Matematika merupakan alat yang dapat memperjelas dan menyederhanakan suatu keadaan atau situasi melalui abstraksi, idealisasi, atau generalisasi untuk suatu studi ataupun pemecahan masalah (Depdiknas, 2001, p. 1). Seperti halnya tuntutan untuk memanfaatkan penalaran induktif pada awal proses pembelajaran, perubahan definisi matematika di atas bertujuan agar para mahasiswa belajar memahami ide-ide baru, mampu menyesuaikan diri terhadap perubahan, mampu menangani ketidakpastian, mampu menemukan keteraturan, dan mampu menyelesaikan masalah.

Pembuktian dalam matematika merupakan salah satu masalah yang sering dijumpai dan harus diselesaikan. Dibandingkan dengan masalah matematika tingkat pendidikan dasar atau menengah, matematika tingkat perguruan tinggi, terutama masalah pembuktian tampak lebih penting (Polya, 1981, p. 156). Untuk membuktikan kebenaran suatu pernyataan (teorema) diperlukan bukti yang valid. Pembuktian matematis yang sah (secara formal) merupakan salah satu cara yang paling tepat untuk membuktikan kebenaran teorema tersebut. Lebih lanjut, Asyhar (2015, p. 127) mengatakan bahwa “proses mendefinisikan pembuktian ini berkembang dari masa ke masa sesuai dengan perkembangan zaman. Untuk memahami suatu penjelasan maka dibutuhkan pembuktian yang dilakukan sesuai definisi dan aksioma yang berlaku. Dengan cara menyatukan beberapa konsep secara utuh, hal ini akan memperbaiki atau mempertahankan argumen yang telah dikemukakan. Jelaslah saat ini memperhatikan penalaran dan pembuktian dalam matematika sangat penting karena dalam memahami suatu kebenaran yang telah ditemukan atau sebelumnya telah dibuktikan.”

Mahasiswa yang memperoleh pembelajaran khusus tentang pembuktian dalam matematika memiliki kemampuan memvalidasi bukti lebih baik secara signifikan dibandingkan dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran secara konvensional (Arnawa, 2009). Mahasiswa yang mendapatkan perhatian khusus dalam belajar masalah pembuktian matematika ternyata memiliki kemampuan yang lebih baik dalam menyusun bukti matematika secara sistematis sedangkan yang sebaliknya cenderung rendah kemampuannya dalam melakukan pembuktian. Berdasarkan pengalaman peneliti dalam pembelajaran, untuk menemukan ide harus dimulai dari mana, akan diapakan soalnya, dan cara yang mana harus digunakan merupakan kesulitan mahasiswa yang masih mendominasi pada saat dihadapkan dengan soal tentang pembuktian. Kesulitan mahasiswa masih seputar bagaimana cara mengetahui apa yang diketahui, lalu apa yang akan dibuktikan, dan yang paling mendominasi adalah cara menyusun bukti tersebut harus dimulai dari mana dan berakhir di mana.

Sebenarnya memang ada yang mempengaruhi kesulitan mahasiswa dalam hal pembuktian dalam matematika. Harel & Sowder (2007) yang dikutip oleh Asyhar (2015, pp. 127–128) “mengeneralisasikan suatu perspektif komprehensif pada pengajaran dan pembelajaran bukti yang terdiri dari berbagai faktor, yaitu: matematika dan history-epistemologi, kognitif, dan pembelajaran sosio-cultural.” Lebih lanjut, Healy & Hoyles (2000) dalam Asyhar (2015, p. 128) mengatakan bahwa “pada umumnya, penelitian empiris berfokus pada faktor kognitif dengan menganalisis jawaban-jawaban mahasiswa terhadap pertanyaan pembuktian. Selain itu, konsep yang dimiliki oleh mahasiswa tentang pembuktian juga mempengaruhi pendekatan yang mereka gunakan untuk berargumentasi dan membuktikan.”

Berdasarkan kesulitan-kesulitan yang dihadapi mahasiswa dalam memahami dan menyelesaikan soal-soal tentang pembuktian dalam matematika yang telah diuraikan sebelumnya dan dengan pertimbangan kemampuan prasyarat yang dimiliki oleh mahasiswa sebelumnya, yaitu

tentang pemahaman konsep bukti dan pembuktian dalam matematika, maka perlu ada penelitian lebih lanjut tentang kemampuan mahasiswa dalam membuktikan soal-soal pembuktian dan kesalahan-kesalahan dalam menyusun bukti tentang isomorfisma grup. Dengan adanya penelitian ini, diharapkan dapat mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep pembuktian secara umum dalam matematika dan secara khusus kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep pembuktian dalam isomorfisma grup.

METODE

Pendekatan dan Jenis Penelitian

Penelitian ini menghasilkan data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan dari mahasiswa S-1 Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung dalam memahami konsep isomorfisma grup. Hal ini sesuai dengan pendapat Bogdan dan Biklen (1998) yang menyatakan bahwa metode penelitian kualitatif adalah sebagai prosedur penelitian yang menghasilkan data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan dari orang-orang dan perilaku yang diamati. Oleh karena itu, pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif.

Pemahaman tentang konsep isomorfisma grup ini menghasilkan data berupa kata-kata tertulis dari hasil pekerjaan mahasiswa dalam mengerjakan lembar tugas dan kata-kata lisan dari hasil wawancara, baik wawancara tentang pemahaman konsep maupun wawancara diagnostik tentang kesalahan-kesalahan dalam membuktikan soal pembuktian pada lembar tugas. Pemahaman dan kemampuan mahasiswa tersebut yang ditemui di lapangan dideskripsikan untuk dimaknai secara kualitatif.

Terdapat beberapa jenis metode dalam penelitian kualitatif, yaitu: 1) studi kasus, 2) etnografi, 3) fenomenologi, (4) grounded theory, (5) etnometodologi, 6) life history, 7) penelitian tindakan, dan 8) interaksi simbolik (Siswono, 2010, p. 107). Berkaitan dengan jenis-jenis metode penelitian kualitatif, penelitian ini menggunakan metode studi kasus. Merriam dalam Siswono (2010) menjelaskan bahwa studi kasus adalah penelitian yang berusaha mendapatkan pemahaman yang mendalam (*in-depth*) suatu situasi dan memberi makna terhadap sesuatu yang terlibat. Penelitian jenis studi kasus ini menggunakan deskripsi yang intensif dan menganalisis suatu unit tunggal atau sistem terbatas.

Kehadiran dan Peran Peneliti di Lapangan

Kehadiran peneliti secara fisik di lokasi penelitian sangat diutamakan karena peneliti merupakan instrumen utama. Menurut Sugiyono (2012), peneliti merupakan instrumen utama dalam penelitian kualitatif. Namun selanjutnya setelah fokus penelitian menjadi jelas, maka kemungkinan akan dikembangkan instrumen penelitian yang sederhana, yang diarahkan dapat melengkapi data dan membandingkan dengan data yang telah ditemukan melalui observasi dan

wawancara. Peneliti akan terjun ke lapangan sendiri, baik pada grand tour question, tahap focused and selection, melakukan pengumpulan data, analisis dan membuat kesimpulan.

Penelitian kualitatif tidak lepas dari validasi. Walaupun instrumen utamanya adalah peneliti, peneliti dituntut mampu memvalidasi diri melalui evaluasi diri: seberapa jauh pemahaman peneliti terhadap metode kualitatif, penguasaan teori dan wawasan terhadap bidang yang diteliti, serta kesiapan dan bekal memasuki lapangan. Oleh karena itu, peneliti harus mengumpulkan dan mempelajari banyak data yang berhubungan dengan subyek penelitian. Karena itu peneliti melakukan studi literatur yang mendalam terhadap kasus-kasus yang berhubungan dengan pemahaman tentang konsep bukti dalam matematika, khususnya dalam Struktur Aljabar Grup yang membahas tentang isomorfisma.

Populasi dan Sampel Penelitian

Spradley dalam Sugiyono (2012) mengatakan bahwa populasi dalam penelitian kualitatif dinamakan social situation atau situasi sosial yang terdiri dari 3 elemen, yaitu: tempat (*place*), pelaku (*actor*), dan aktivitas (*activity*) yang berinteraksi secara sinergis. Dalam penelitian ini, tempat penelitian yang dimaksud adalah di Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung, mahasiswa sebagai pelakunya, dan aktivitas pembelajaran mahasiswa menjadi elemen situasi sosial atau populasi dalam penelitian kualitatif.

Lebih lanjut, Arikunto (2010) menjelaskan bahwa populasi adalah keseluruhan subyek penelitian. Dalam penelitian ini, yang menjadi populasi adalah seluruh mahasiswa Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung yang masih aktif kuliah pada tahun akademik 2018/2019 dan sudah menempuh mata kuliah Struktur Aljabar Grup.

Kemudian, sampel adalah sebagian atau wakil populasi yang diteliti (Arikunto, 2010, p. 174). Karena populasi dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung yang masih aktif kuliah pada tahun akademik 2018/2019, maka sampel dalam penelitian ini adalah sebagian atau beberapa mahasiswa yang dapat mewakili karakteristik populasi.

Teknik pengambilan sampel dalam penelitian menggunakan Non-probability Sampling, yaitu: teknik pengambilan sampel yang tidak memberi peluang/kesempatan yang sama bagi semua anggota populasi untuk dipilih menjadi sampel (Sugiyono, 2012, p. 53). Tidak semua mahasiswa yang menjadi populasi dapat dipilih menjadi sampel karena pertimbangan belum menempuh mata kuliah Struktur Aljabar Grup.

Teknik sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah purposive sampling. Purposive sampling adalah teknik pengambilan sampel sumber data dengan pertimbangan tertentu (Sugiyono, 2012, pp. 53–54). Pertimbangan tertentu dalam penelitian ini adalah sebagai berikut: 1) Mahasiswa Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung yang sudah atau sedang menempuh mata kuliah Struktur Aljabar Grup, dan 2) Mampu berkomunikasi dengan baik dalam bentuk lisan atau tulisan.

Sumber Data dan Subyek Penelitian

Data dalam penelitian ini berupa data kualitatif. Data yang dikumpulkan untuk kepentingan penelitian ini adalah mengenai pemahaman tentang konsep isomorfisma grup dan kemampuan menyusun bukti tentang konsep tersebut. Data penelitian ini diambil dari mahasiswa S-1 Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung yang sudah atau sedang menempuh mata kuliah Struktur Aljabar Grup.

Pemilihan subyek didasarkan pada kriteria sebagai berikut: 1) mahasiswa aktif S-1 Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung, 2) sudah atau sedang menempuh mata kuliah Struktur Aljabar Grup, dan 3) mampu berkomunikasi dengan baik dalam bentuk lisan atau tulisan. Adapun proses pemilihan subyek adalah dipilih mahasiswa yang memenuhi kriteria, kemudian peneliti melakukan dialog tentang kesiapan subyek. Setelah siap, subyek diminta untuk mencoba mengerjakan soal pembuktian tentang isomorfisma grup yang sudah disiapkan oleh peneliti. Selanjutnya, peneliti melakukan wawancara diagnostik berdasarkan hasil pekerjaan subyek.

Instrumen Penelitian

Ada beberapa instrumen yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu: 1) Peneliti sendiri yang dipandu dengan pedoman observasi, pedoman wawancara, dan lembar soal. Peneliti bertindak sebagai instrumen, yakni sebagai perencana penelitian, pengumpul data, analisis data, penafsir data, dan selanjutnya menjadi pelapor hasil penelitian; 2) Pedoman Observasi yang digunakan untuk memperoleh data tentang kemampuan mahasiswa dalam mengerjakan lembar soal yang diberikan oleh peneliti. Observasi ini dilakukan untuk mengamati aktivitas mahasiswa pada saat menyelesaikan tugas tersebut. Observasi dalam penelitian ini adalah observasi langsung, dalam hal ini pengamatan secara langsung dilakukan oleh peneliti sendiri dengan mencatat data sebagaimana yang terjadi dalam keadaan yang sebenarnya pada saat mahasiswa mengerjakan tugas yang diberikan oleh peneliti. Data yang didapat melalui observasi ini kemudian dicatat dalam pedoman observasi yang tersedia dengan cara memberi tanda centang (\surd) pada bagian kolom kemunculan. Selanjutnya, kemunculan aktivitas yang tidak tersedia di pedoman observasi dicatat pada bagian catatan tambahan; 3) Pedoman Wawancara yang berisi pertanyaan-pertanyaan tentang kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep isomorfisma grup dan kesulitan yang dirasakan mahasiswa saat mempelajari materi yang berkaitan dengan isomorfisma grup serta faktor-faktor yang menyebabkan mahasiswa merasa kesulitan dalam menyelesaikan soal tentang isomorfisma grup; 4) Pedoman Dokumentasi yang berisi daftar catatan peristiwa yang harus didokumentasikan oleh peneliti. Peristiwa yang akan didokumentasikan adalah subyek penelitian mengerjakan tugas yang diberikan oleh peneliti dan wawancara peneliti dengan subyek penelitian; dan 5) Lembar Tugas yang diberikan untuk mengetahui kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal tentang isomorfisma grup. Lembar tugas ini berisi 1 soal tentang pengaitan antara grup ke grup dengan operasi yang berbeda. Kemudian mahasiswa diminta untuk membuktikan pengaitan tersebut

merupakan isomorfisma grup atau bukan. Pada saat subyek atau mahasiswa mengerjakan tugas, semua yang terjadi dibiarkan alami dan apa adanya. Kemudian setelah selesai mengerjakan, peneliti melakukan wawancara untuk mengklarifikasi kesesuaian jawaban antara apa yang diungkapkan dengan apa yang dituliskannya.

Teknik Pengumpulan Data

Menurut Arikunto (2005), pengumpulan data adalah cara-cara yang dapat digunakan oleh peneliti untuk mengumpulkan data. Berkaitan dengan pengumpulan data, peneliti menggunakan beberapa teknik pengumpulan data, yaitu: observasi, wawancara, dan dokumentasi.

Observasi dalam penelitian ini dilakukan dengan tidak terstruktur. Dalam observasi ini tidak menggunakan instrumen penelitian yang baku. Peneliti hanya menggunakan rambu-rambu pengamatan. Peneliti melakukan pengamatan bebas, mencatat hal-hal yang menarik, melakukan analisis dan kemudian membuat simpulan. Metode ini digunakan untuk memperoleh data tentang suasana lingkungan belajar, mengamati proses pembelajaran di kelas, dan mengamati proses mengerjakan lembar tugas yang berkaitan dengan isomorfisma grup.

Wawancara adalah metode pengumpulan data dengan melakukan pertemuan dua orang untuk bertukar informasi dan ide melalui tanya jawab, sehingga dapat dikonstruksikan makna dalam suatu topik tertentu (Sugiyono, 2012, p. 72). Wawancara yang digunakan adalah wawancara tidak terstruktur, yaitu wawancara yang dilakukan dengan hanya membuat pedoman garis besar yang akan ditanyakan. Wawancara tidak terstruktur ini digunakan untuk memperoleh informasi yang mendalam tentang pemahaman konsep isomorfisma grup yang dimiliki oleh subyek penelitian. Dalam penelitian ini, peneliti melakukan wawancara sebanyak 1 kali, yaitu: wawancara diagnostik tentang kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal tentang isomorfisma grup.

Dokumen merupakan catatan peristiwa yang sudah berlalu (Sugiyono, 2012, p. 82). Misalnya, dokumen berbentuk tulisan, gambar, atau karya-karya monumental dari seseorang. Dalam penelitian ini, metode dokumentasi digunakan untuk mendokumentasikan proses pengambilan data pada saat wawancara dan pengerjaan tugas. Pengambilan data dengan metode ini menggunakan Camera Digital yang secara langsung dapat disimpan dalam komputer.

Peneliti menggunakan metode dokumentasi sepanjang penelitian berlangsung. Pada saat memasuki lapangan, peneliti mempelajari data yang berkaitan dengan bukti dan pembuktian dalam matematika, yaitu beberapa hasil ujian tulis subyek penelitian. Hasil dokumentasi ini akan dijadikan sebagai petunjuk untuk menyusun instrumen tugas yang akan digunakan dalam pengumpulan data pada tahap berikutnya.

Studi dokumentasi tetap dilakukan selama penelitian di lapangan dan setelahnya. Selama penelitian di lapangan, seiring dengan semakin jelasnya fokus penelitian, studi dokumentasi digunakan untuk menyempurnakan penyusunan instrumen penelitian. Setelah penelitian di lapangan selesai, studi dokumentasi digunakan untuk menguji keabsahan data. Temuan-temuan di

lapangan kemudian dicari kesesuaian dengan studi literatur terhadap laporan hasil-hasil penelitian dan artikel ilmiah yang relevan. Jika dalam hasil analisis tersebut data belum mengarah pada satu kesimpulan, dilakukan perpanjangan pengamatan sampai data jenuh.

Teknik Analisis Data

Analisis data kualitatif adalah proses mencari dan menyusun secara sistematis data yang diperoleh dari hasil wawancara, catatan lapangan, dan bahan-bahan lain, sehingga dapat mudah dipahami, dan temuannya dapat diinformasikan kepada orang lain (Sugiyono, 2012, p. 89). Analisis data dalam penelitian kualitatif dilakukan sejak sebelum memasuki lapangan, selama di lapangan, dan setelah selesai di lapangan.

Miles dan Huberman dalam Sugiyono (2012) mengemukakan bahwa aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus menerus sampai tuntas, sehingga datanya jenuh. Aktivitas dalam analisis data yaitu: reduksi data, penyajian data, penarikan kesimpulan dan verifikasi.

Teknik Pemeriksaan Keabsahan Data

Setelah data dikumpulkan, selanjutnya dilakukan pemeriksaan keabsahan data untuk mempertanggungjawabkan kredibilitas data yang diperoleh. 1) Memperpanjang Pengamatan. Melakukan perpanjangan pengamatan berarti peneliti kembali ke lapangan untuk melakukan pengamatan, wawancara lagi dengan subyek penelitian yang sudah ditetapkan (Sugiyono, 2012, p. 122). Perpanjangan pengamatan ini dilakukan untuk menguji kredibilitas data yang diperoleh. Perpanjangan pengamatan dilakukan jika data yang diberikan subyek penelitian meragukan; 2) Triangulasi, yaitu langkah yang dilakukan untuk menguji kredibilitas data dengan berbagai teknik pengumpulan data dan berbagai sumber data (Sugiyono, 2012, p. 125). Dalam pengumpulan data, triangulasi diartikan sebagai teknik pengumpulan data yang bersifat menggabungkan dari berbagai teknik pengumpulan data dan sumber data yang telah ada. Dengan triangulasi, diharapkan akan lebih meningkatkan kekuatan data, bila dibandingkan dengan hanya satu pendekatan saja. Peneliti mengecek kebenaran data jawaban subyek penelitian dengan cara melakukan wawancara diagnostik. Wawancara diagnostik ini dilakukan untuk mengecek kesesuaian antara apa yang diungkapkan dan apa yang dituliskan oleh subyek penelitian; dan 3) Menggunakan Bahan Referensi, yaitu data pendukung untuk membuktikan data yang telah ditemukan oleh peneliti (Sugiyono, 2012, p. 128). Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan berbagai bahan referensi berupa hasil penelitian terdahulu yang sejenis, buku-buku, artikel-artikel yang relevan, dan dokumentasi pelaksanaan penelitian.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Paparan Data Pra Penelitian

Sebelum pelaksanaan penelitian, peneliti terlebih dahulu menentukan sampel penelitian. Adapun sampel yang dipilih oleh peneliti adalah mahasiswa aktif S-1 Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung semester VI (enam) kelas D. Mahasiswa tersebut sedang menempuh mata kuliah Struktur Aljabar Grup pada semester genap 2018/2019.

Setelah memperoleh sampel penelitian, peneliti melakukan studi pendahuluan tentang pemahaman konsep pembuktian tentang fungsi bijektif, yaitu materi prasyarat untuk mempelajari konsep isomorfisma grup. Hal ini untuk mengetahui kemampuan mahasiswa sebagai dasar untuk penentuan subyek penelitian. Pengambilan data tentang pemahaman konsep pembuktian tentang fungsi bijektif dilaksanakan pada saat jadwal perkuliahan mata kuliah Struktur Aljabar Grup. Peneliti memberikan ujian tertulis di ruang kuliah.

Berdasarkan data hasil ujian tertulis, peneliti menentukan subyek penelitian sebanyak 3 (tiga) mahasiswa yang terdiri dari mahasiswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Adapun subyek penelitian dapat dilihat pada tabel 1 berikut.

Tabel 1. Subyek Penelitian

No	Nama Subyek	Kategori Kemampuan
1	SIS	Tinggi
2	NW	Sedang
3	HAW	Rendah

Kegiatan selanjutnya adalah menemui subyek untuk membuat kesepakatan jadwal pelaksanaan penelitian. Hasil dialog dengan subyek penelitian tentang jadwal penelitian dapat dilihat pada tabel 2 berikut.

Tabel 2. Jadwal Penelitian

No	Nama Subyek	Pelaksanaan
1	SIS	Jum'at, 03 Mei 2019
2	NW	Jum'at, 10 Mei 2019
3	HAW	Jum'at, 17 Mei 2019

Berdasarkan tabel 2 dapat diketahui bahwa setiap subyek tidak dilakukan tes secara bersamaan untuk tiap kategori kemampuan. Hal ini dilakukan untuk mengantisipasi soal tes yang diberikan diketahui oleh masing-masing subyek. Dengan dilakukannya tes yang tidak bersamaan ini, peneliti dapat langsung melakukan wawancara terhadap subyek tentang hasil pekerjaan subyek.

Adapun soal yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

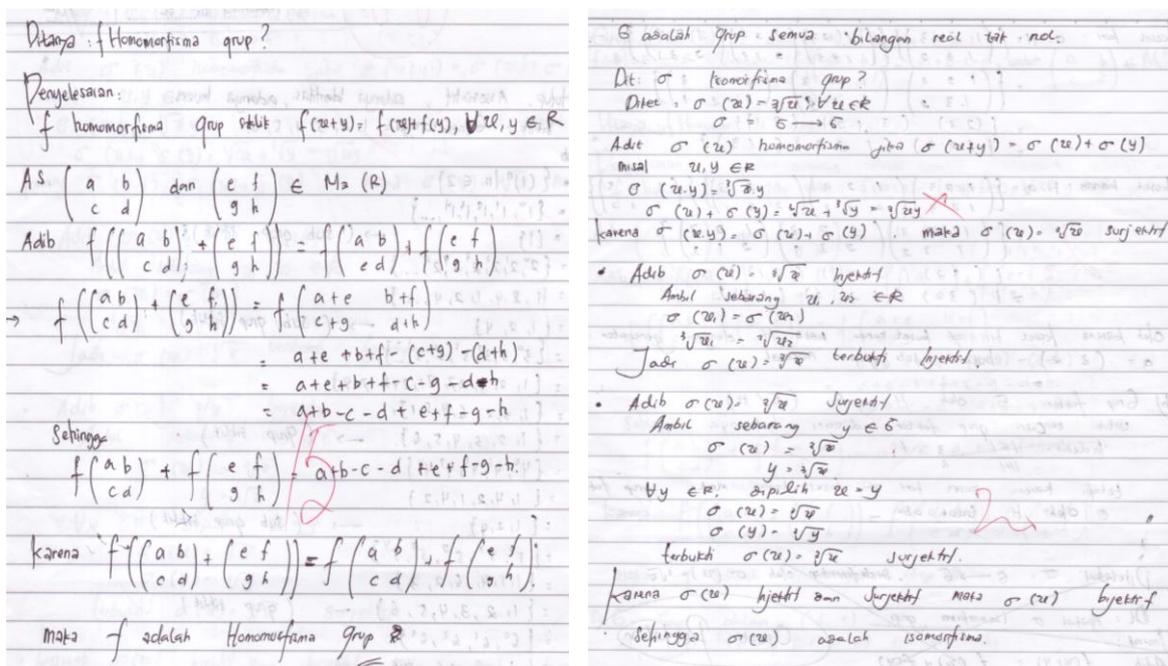
- Diberikan grup $(M_2(\mathbb{R}), +)$ dan $(\mathbb{R}, +)$. Diberikan fungsi $f: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ dengan definisi $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = a + b - c - d$, untuk $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$. Selidiki apakah f merupakan homomorfisma grup?
- G adalah grup semua bilangan real tak nol dengan operasi perkalian. Diketahui $\sigma: G \rightarrow G$, yang didefinisikan oleh $\sigma(x) = \sqrt[3]{x}$. Buktikan bahwa σ isomorfisma grup!

Paparan Data Pelaksanaan Penelitian

Data Hasil Penelitian SIS

Pengambilan data tentang pemahaman konsep isomorfisma grup dan kemampuan menyusun bukti tentang isomorfisma grup dilaksanakan pada hari Jum'at, 03 Mei 2019. Pelaksanaan penelitian dimulai dengan peneliti memberikan soal tes, kemudian meminta SIS menyelesaikan soal tersebut sesuai kemampuan yang sudah dimiliki sebelumnya.

Setelah SIS menerima soal tersebut, SIS bergegas untuk bertanya kepada peneliti tentang waktu pengerjaannya, lalu peneliti menyampaikan bahwa tidak ada batas waktu dalam mengerjakan soal tersebut. Selama proses pengerjaan soal tes oleh SIS, peneliti mengamati dan memonitor aktivitas SIS. Berdasarkan hasil pengamatan peneliti, SIS terlihat semangat dan serius dalam mengerjakan soal tersebut. Jawaban yang ditulis di lembar jawaban berusaha ditulis dengan detail dan rapi. Kemudian sesekali SIS juga mengeja atau membaca ulang soal tersebut dengan suara agak keras. Terkadang juga memainkan alat tulisnya, seperti mengarahkan suatu benda ke benda yang lain. Berikut ini hasil pekerjaan SIS.



Gambar 1. Hasil Pekerjaan SIS

Sekitar pukul 14.10, SIS sudah selesai mengerjakan soal tes yang diberikan oleh peneliti. Kemudian peneliti melakukan wawancara diagnostik tentang jawaban SIS. Wawancara dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui alasan SIS menjawab soal tes atau *cross-check* jawaban. Pertanyaan yang diberikan adalah seputar jawaban SIS dalam menjawab soal tes yang diberikan oleh peneliti.

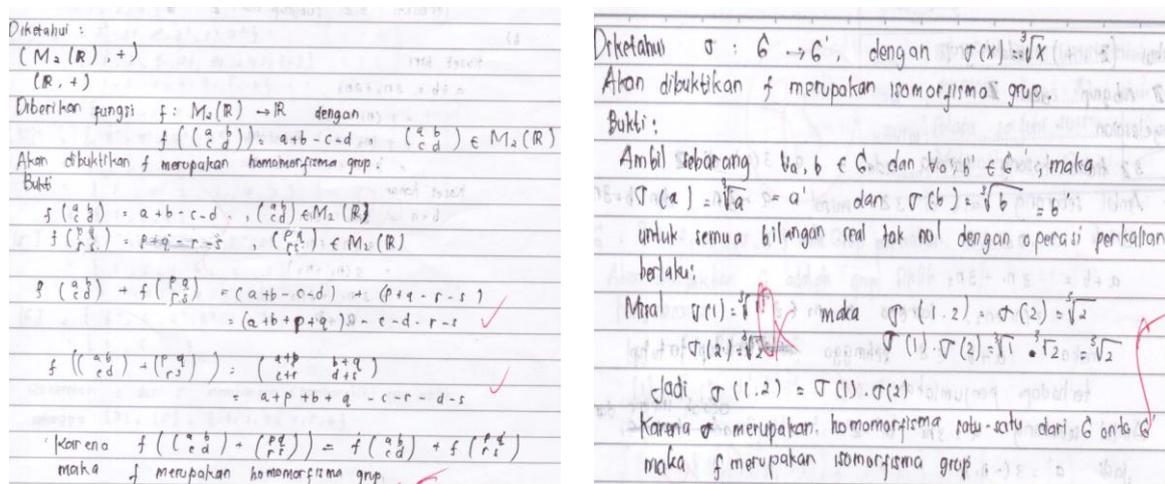
Berdasarkan hasil wawancara diagnostik tentang jawaban SIS diperoleh kesimpulan bahwa secara teori SIS sudah memahami tentang konsep dasar homomorfisma dan isomorfisma grup. Pada saat mengerjakan soal tes, SIS lebih senang melakukan gerakan-gerakan fisik untuk memunculkan ide dalam membuktikan soal tes dan berusaha menjawab soal dengan cara yang singkat, sehingga bukti yang diberikan masih sulit dipahami. Selain itu, SIS belum mampu menyusun bukti suatu pernyataan yang sistematis. SIS masih kesulitan menuangkan idenya dalam bentuk narasi yang seolah-olah menjelaskan kepada pembaca. Akibatnya, pernyataan-pernyataan yang disusun masih didominasi dengan bahasa simbol yang tidak didahului dengan kalimat tertentu.

Data Hasil Penelitian NW

Pengambilan data tentang pemahaman konsep isomorfisma grup dan kemampuan menyusun bukti tentang isomorfisma grup dilaksanakan pada hari Jum'at, 10 Mei 2019. Pelaksanaan penelitian dimulai dengan peneliti memberikan soal tes, kemudian meminta NW menyelesaikan soal tersebut sesuai kemampuan yang sudah dimiliki sebelumnya.

Peneliti memberikan lembar tugas kepada subyek penelitian untuk dikerjakan. Kemudian menjelaskan kepada NW bahwa lembar tugas tersebut berisi 2 soal. *Pertama*, soal tentang homomorfisma. *Kedua*, soal pembuktian tentang isomorfisma grup.

Setelah mendapatkan penjelasan dari peneliti, NW menempati kursi yang ada di depan meja salah satu dosen untuk mengerjakan soal tersebut. Selama proses pengerjaan soal, peneliti mengamati dan memonitor aktivitas NW. Berdasarkan hasil pengamatan peneliti, NW terlihat serius dalam mengerjakan soal tersebut. Pada saat mengerjakan soal, NW terlihat tenang dalam mengerjakan soal, NW juga sering melihat ke peneliti, kemudian melihat ke beberapa arah. Tidak seperti SIS, NW tidak sering melakukan gerakan fisik, tapi kadang-kadang menggerakkan *ballpoint*. Berikut ini hasil pekerjaan NW.



Gambar 2. Hasil Pekerjaan NW

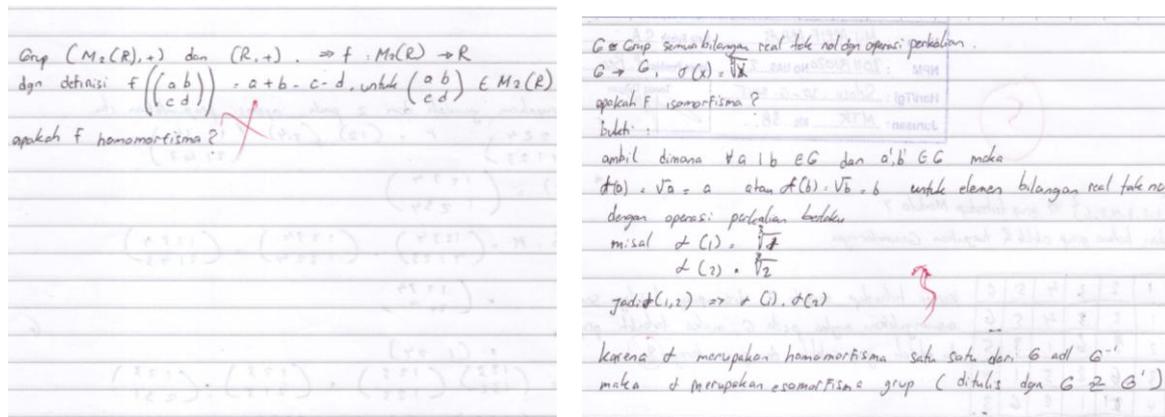
Sekitar pukul 14.25, NW selesai mengerjakan soal tes yang diberikan oleh peneliti. Kemudian peneliti memberi kesempatan kepada NW untuk istirahat sejenak. Setelah istirahat dirasa cukup, peneliti melakukan wawancara diagnostik tentang jawaban NW. Wawancara dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui alasan NW menjawab soal atau *cross-check* jawaban. Pertanyaan yang diberikan adalah seputar jawaban NW dalam menjawab soal yang diberikan oleh peneliti.

Berdasarkan hasil wawancara diagnostik tentang jawaban NW diperoleh kesimpulan bahwa secara teori NW juga sudah memahami tentang konsep dasar homomorfisma dan isomorfisma grup walaupun ada beberapa definisi atau istilah yang lupa. Pada saat mengerjakan soal tes, NW terlihat serius dalam mengerjakan soal tersebut. Pada saat mengerjakan soal, NW terlihat tenang dalam mengerjakan soal, NW juga sering melihat ke peneliti, kemudian melihat ke beberapa arah. Tidak seperti SIS, NW tidak sering melakukan gerakan fisik, tapi kadang-kadang menggerakkan *ballpoint*. Selain itu, NW belum rapi dalam menyusun bukti suatu pernyataan. NW juga masih kurang teliti dalam menuliskan simbol dan menyederhanakan persamaan, sehingga akhir pembuktiannya belum tepat.

Data Hasil Penelitian HAW

Pengambilan data tentang pemahaman konsep isomorfisma grup dan kemampuan menyusun bukti tentang isomorfisma grup dilaksanakan pada hari Jum'at, 17 Mei 2019. Pelaksanaan penelitian dimulai dengan peneliti memberikan soal tes, kemudian meminta HAW menyelesaikan soal tersebut sesuai kemampuan yang sudah dimiliki sebelumnya.

Peneliti memberikan lembar tugas kepada subyek penelitian untuk dikerjakan, kemudian menjelaskan kepada HAW bahwa lembar tugas tersebut tentang konsep homomorfisma dan isomorfisma grup. Setelah mendapatkan penjelasan dari peneliti, HAW mengerjakan soal tersebut di kursi yang sudah disediakan oleh peneliti. Selama proses pengerjaan soal, peneliti mengamati dan memonitor aktivitas HAW. Berdasarkan hasil pengamatan peneliti, HAW terlihat tidak terlalu fokus dalam mengerjakan soal tersebut. Pada saat mengerjakan soal, HAW terlihat tidak tenang, sering melihat ke segala penjuru, kemudian sesekali melihat ke arah peneliti. Selain itu, HAW juga sering menggerakkan kakinya dan menepuk pahanya seperti memainkan alat musik. Berikut ini hasil pekerjaan HAW.



Gambar 3. Hasil Pekerjaan HAW

Setelah selesai mengerjakan soal tes, peneliti memberi kesempatan kepada HAW untuk istirahat sejenak. Kemudian peneliti melakukan wawancara diagnostik tentang jawaban HAW. Wawancara dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui alasan HAW menjawab soal atau *cross-check* jawaban. Pertanyaan yang diberikan adalah seputar jawaban HAW dalam menjawab soal yang diberikan oleh peneliti.

Berdasarkan hasil wawancara diagnostik tentang jawaban HAW diperoleh kesimpulan bahwa secara teori HAW lemah dalam memahami konsep dasar tentang homomorfisma dan isomorfisma grup. Pada saat mengerjakan soal tes, HAW terlihat tidak terlalu fokus dalam mengerjakan soal tersebut. Pada saat mengerjakan soal, HAW terlihat tidak tenang, sering melihat ke segala penjuru, kemudian sesekali melihat ke arah peneliti. Selain itu, HAW juga sering menggerakkan kakinya dan menepuk pahanya seperti memainkan alat musik. Selain itu, HAW belum mampu menyusun bukti suatu pernyataan yang diberikan oleh peneliti. HAW juga masih kurang teliti dalam menuliskan istilah, sehingga memiliki makna dan arti yang berbeda.

Pembahasan

Pemahaman Mahasiswa Tentang Konsep Isomorfisma Grup

Berdasarkan data hasil penelitian, secara teori mahasiswa sudah memahami tentang konsep dasar Isomorfisma Grup. Akan tetapi, pada saat dihadapkan pada soal pembuktian tentang Isomorfisma Grup, mereka masih mengalami kesulitan dalam menyusun buktinya. Seperti diketahui bahwa bukti dalam matematika merupakan serangkaian argumen yang disusun logis untuk menjelaskan kebenaran suatu pernyataan (*teorema*). Hal ini sesuai dengan pendapat Hanna dan Barbeau dalam Vanspronsen yang menyatakan bahwa bukti adalah serangkaian jumlah hingga dari langkah-langkah logika dari apa yang diketahui menuju suatu kesimpulan menggunakan aturan-aturan inferensia (Vanspronsen, 2008). Aturan-aturan inferensia yang dimaksud adalah aturan yang nilai kebenarannya sudah diketahui valid.

Mahasiswa memahami homomorfisma grup itu merupakan suatu fungsi dari grup ke grup yang mengawetkan operasi. SIS mengatakan bahwa homomorfisma grup adalah fungsi dari grup ke grup yang bersifat mengawetkan operasi. NW mengatakan bahwa homomorfisma grup adalah fungsi dari suatu grup ke grup. Sedangkan HAW memahami homomorfisma grup sebagai suatu grup yang dibentuk fungsi.

Lebih lanjut, mahasiswa juga memahami bahwa isomorfisma grup itu merupakan suatu homomorfisma yang bersifat bijektif. SIS mengatakan bahwa isomorfisma grup adalah homomorfisma dari suatu grup G ke G' yang bersifat bijektif. NW mengatakan bahwa isomorfisma grup adalah fungsi dari suatu grup ke grup yang mengawetkan operasi dan bersifat injektif dan surjektif. Hanya HAW saja yang belum memahami konsep dasar tentang isomorfisma grup. HAW hanya memahami suatu grup yang dibentuk fungsi.

Kemampuan Mahasiswa dalam Melakukan Pembuktian Tentang Isomorfisma Grup

Berdasarkan data hasil penelitian, mahasiswa masih kesulitan dalam menyusun bukti suatu pernyataan tentang isomorfisma grup. Pada penelitian ini mahasiswa diharapkan dapat menunjukkan atau membuktikan kebenaran suatu pernyataan dalam bentuk soal berikut: “(1). Diberikan grup $(M_2(\mathbb{R}), +)$ dan $(\mathbb{R}, +)$. Diberikan fungsi $f: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ dengan definisi $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = a + b - c - d$, untuk $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$. Selidiki apakah f merupakan homomorfisma grup? (2). G adalah grup semua bilangan real tak nol dengan operasi perkalian. Diketahui $\sigma: G \rightarrow G$, yang didefinisikan oleh $\sigma(x) = \sqrt[3]{x}$. Buktikan bahwa σ isomorfisma grup!” Mahasiswa masih belum mampu membuktikan kebenaran suatu pernyataan secara lengkap. Berdasarkan 3 subyek penelitian, soal tentang homomorfisma grup 2 subyek sudah dapat membuktikan, akan tetapi masih belum sempurna dan 1 subyek masih belum dapat membuktikan. Sedangkan soal tentang isomorfisma grup, ketiga subyek masih belum dapat membuktikan dengan benar. Hanya 1 subyek yang hampir mendekati benar karena salah dalam menuliskan simbol dan 2 subyek yang lain masih belum mendekati benar karena hanya mencoba untuk beberapa kasus bilangan, kemudian menarik kesimpulan.

Pertama, untuk soal tentang homomorfisma grup, SIS sudah dapat membuktikan soal yang diberikan, akan tetapi pernyataan yang disusun masih berupa simbol tanpa ada penjelasan-penjelasan tertentu atau pernyataan yang disusun masih belum sistematis dan belum disertai dengan alasan-alasan yang logis. Sedangkan untuk soal tentang isomorfisma grup, SIS sudah dapat menyusun pembuktian dengan baik dan sistematis, akan tetapi pada saat membuktikan surjektif masih salah dalam menuliskan simbol, akibatnya kesimpulan akhirnya salah. *Kedua*, untuk soal tentang homomorfisma grup, NW juga sudah dapat membuktikan walaupun masih ada beberapa pernyataan yang tidak disertai dengan alasan-alasan yang logis. Sedangkan untuk soal tentang isomorfisma grup, NW masih belum dapat menunjukkan bukti secara formal. NW hanya mencoba

untuk beberapa kasus bilangan. Dengan mencoba bilangan 1 dan 2 yang disubstitusi ke fungsi ternyata diperoleh hasil yang sama, kemudian disimpulkan fungsi tersebut adalah homomorfisma grup. Padahal fungsi tersebut dikatakan sebagai homomorfisma grup pada saat mengawetkan operasi. *Ketiga*, untuk soal tentang homomorfisma grup, HAW masih belum mampu menunjukkan bukti bahwa fungsi yang diberikan merupakan homomorfisma grup atau bukan. Sedangkan untuk soal tentang isomorfisma grup, HAW juga belum dapat membuktikan dengan benar. Fungsi yang diberikan tidak dibuktikan sebagai homomorfisma terlebih dahulu, akan tetapi langsung dibuktikan fungsi satu-satu dan onto. Pada saat membuktikan fungsi satu-satu dan onto, HAW masih menggunakan bilangan-bilangan tertentu untuk membuat kesimpulan. Akibatnya, kesimpulan yang diambil tidak dapat digunakan secara umum atau untuk semua anggota bilangan yang dimaksud.

Kesalahan-kesalahan dalam Menyusun Bukti Tentang Isomorfisma Grup

Berdasarkan hasil penelitian, ada beberapa kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyusun bukti suatu pernyataan tentang isomorfisma grup. Kesalahan tersebut ada yang bersifat teori, ada juga yang bersifat teknis. Secara teori, kesalahan yang dilakukan mahasiswa dapat berupa kesalahan menuliskan istilah atau definisi tertentu yang berkaitan dengan konsep isomorfisma grup. Sedangkan secara teknis, kesalahan yang dilakukan mahasiswa hanya tidak teliti dalam menuliskan simbol atau tidak teliti dalam menjabarkan suatu persamaan.

Berikut ini beberapa kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam dalam menyusun bukti suatu pernyataan tentang isomorfisma grup. *Pertama*, mahasiswa tidak memahami syarat suatu homomorfisma grup. Suatu fungsi dari suatu grup ke grup dikatakan homomorfisma grup pada saat mengawetkan operasi. Mahasiswa hanya memahami simbolnya saja, misalnya $f(a + b) = f(a) + f(b)$. Mereka tidak memahami bahwa sifat yang demikian disebut sebagai mengawetkan operasi. Pada saat mengerjakan soal yang diberikan oleh peneliti, mereka tidak memahami demikian. Mahasiswa hanya mengetahui cara membuktikannya saja secara matematis. Mengenai syarat mengawetkan operasi, mahasiswa baru mengingatnya setelah dilakukan wawancara diagnostik. *Kedua*, jika diberikan suatu fungsi dari grup ke grup, mahasiswa langsung membuktikan fungsi tersebut isomorfisma grup tanpa membuktikannya homomorfisma grup. Mahasiswa cenderung langsung membuktikan fungsi yang diberikan sebagai isomorfisma grup, yaitu suatu homomorfisma yang bersifat bijektif. Menurut definisi sudah jelas bahwa isomorfisma merupakan homomorfisma yang bersifat bijektif. Jika fungsi yang diberikan belum diketahui homomorfisma, maka harus dibuktikan dulu, kemudian dibuktikan isomorfisma. *Ketiga*, mahasiswa tidak teliti dalam menuliskan simbol, definisi, atau istilah. Ada beberapa definisi atau istilah yang salah tulis, misalnya surjektif tertulis subjektif, onto tertulis adl, dan lain sebagainya. Sedangkan mahasiswa yang tidak teliti dalam menuliskan simbol, misalnya y^3 tertulis y . Hal ini akan mempengaruhi kesimpulan akhir. *Keempat*, mahasiswa tidak teliti dalam membuat kesimpulan. Karena tidak teliti dalam menuliskan simbol, definisi atau istilah, maka kesimpulan

akhir juga akan berubah, seharusnya tidak terbukti, akhirnya akan diperoleh kesimpulan terbukti atau sebaliknya. *Kelima*, pernyataan yang disusun tidak sistematis dan tidak dilengkapi dengan bentuk narasi yang baik. Dalam menyusun pembuktian, pernyataan yang disusun masih belum sistematis sehingga alur pembuktiannya tidak mengarah ke kesimpulan yang benar. Selain itu, mahasiswa cenderung simbolis, pernyataan-pernyataan yang dituliskan masih berbentuk simbol yang tidak dilengkapi dengan alasan-alasan yang logis.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian tentang kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian tentang isomorfisma grup dapat disimpulkan sebagai berikut. 1) Secara teori mahasiswa sudah memahami tentang konsep dasar Isomorfisma Grup. Akan tetapi, pada saat dihadapkan pada soal pembuktian tentang Isomorfisma Grup, mereka masih mengalami kesulitan dalam menyusun buktinya; 2) Mahasiswa masih kesulitan dalam menyusun bukti suatu pernyataan tentang isomorfisma grup. Pada penelitian ini mahasiswa diharapkan dapat menunjukkan atau membuktikan kebenaran suatu pernyataan dalam bentuk soal; dan 3) Beberapa kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyusun bukti suatu pernyataan tentang isomorfisma grup adalah: (a) mahasiswa tidak memahami syarat suatu homomorfisma grup; (b) jika diberikan suatu fungsi dari grup ke grup, mahasiswa langsung membuktikan fungsi tersebut isomorfisma grup tanpa membuktikannya homomorfisma grup; (c) mahasiswa tidak teliti dalam menuliskan simbol, definifi, atau istilah; (d) mahasiswa tidak teliti dalam membuat kesimpulan; dan (e) pernyataan yang disusun tidak sistematis dan tidak dilengkapi dengan bentuk narasi yang baik.

DAFTAR RUJUKAN

- Arikunto, S. (2005). *Manajemen Penelitian*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Arikunto, S. (2010). *Prosedur Penelitian: Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Arnawa, I. M. (2009). Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa dalam Memvalidasi Bukti pada Aljabar Abstrak melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS. *Jurnal Matematika Dan Sains*, 14(2).
- Asyhar, B. (2015). Studi Pemahaman Bukti dan Pembuktian dalam Geometri Euclid Mahasiswa Jurusan Tadris Matematika IAIN Tulungagung. *JPM : Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 127–135. <https://doi.org/10.33474/jpm.v1i2.720>
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1998). *Qualitative Research in Education: An Introduction to Theory and Methods*. A Viacom Company: Allyn & Bacon.
- Depdiknas. (2001). Kurikulum Berbasis Kompetensi: Mata Pelajaran Matematika. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery: on Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*. New York: John Willey & Sons, Inc.
- Shadiq, F. (2007). *Apa dan Mengapa Matematika Begitu Penting?* Yogyakarta: P4TK Matematika.
- Siswono, T. Y. E. (2010). *Penelitian Pendidikan Matematika*. Surabaya: Unesa University Press.
- Sugiyono. (2012). *Memahami Penelitian Kualitatif*. Bandung: CV. Alfabeta.
- Vanspronsen, H. D. (2008). *Proof Processes Of Novice Mathematics Proof Writers*. University of Montana, Missoula.