



## **Implementasi Tahapan APOS pada Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Matriks**

**Filda Febrinita<sup>1</sup>, Wahyu Dwi Puspitasari<sup>2</sup>, Wahid Ibnu Zaman<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Teknik Informatika, Universitas Islam Balitar. Jln. Majapahit No.2-4 Kota Blitar*

<sup>2</sup>*Sistem Komputer, Universitas Islam Balitar. Jln. Majapahit No.2-4 Kota Blitar*

<sup>3</sup>*Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Nusantara PGRI Kediri. Jln. Ahmad Dahlan No.76 Mojoroto Kota Kediri*

*e-mail: febrinitafilda80@gmail.com<sup>1</sup>, pushpitasari23@gmail.com<sup>2</sup>, ibnuzaman13@gmail.com<sup>3</sup>*

### **ABSTRAK**

Perubahan proses pembelajaran pada masa pandemi berpengaruh pada hasil belajar mahasiswa. Sebanyak 68% mahasiswa mendapatkan nilai di bawah 75 pada matakuliah matematika komputasi. Hasil ini tidak sebanding dengan hasil belajar ketika pembelajaran berlangsung *offline*. Hasil wawancara menunjukkan bahwa mahasiswa kesulitan memahami materi ketika pembelajaran dilakukan secara *online*. Untuk itu, dilakukan penelitian deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk menganalisis dan mendeskripsikan kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam menyelesaikan soal matriks menggunakan tahapan APOS. Subjek penelitian adalah 3 mahasiswa program studi Teknik Informatika yang telah menempuh matakuliah matematika komputasi dan mendapatkan materi matriks, berada pada kategori mahasiswa dengan pemahaman konsep rendah, sedang, dan tinggi, serta mampu mengkomunikasikan pemikirannya secara lisan dan tertulis. Teknik pengumpulan data dilakukan dengan tes tulis, wawancara, dan observasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa dengan pemahaman konsep rendah mampu menyelesaikan soal matriks sampai pada tahap objek dan melakukan kesalahan perhitungan. Mahasiswa dengan pemahaman konsep sedang mampu menyelesaikan soal matriks hingga tahap skema namun kurang teliti dalam melakukan perhitungan. Sementara mahasiswa dengan pemahaman konsep tinggi mampu menyelesaikan soal matriks hingga pada tahap skema, menentukan jawaban dengan tepat, membuat kesimpulan, serta merefleksi penyelesaian soal yang diperoleh.

**Kata Kunci:** Tahapan APOS, Pemahaman Konsep, Matriks

### **ABSTRACT**

*Changes in the learning process during the pandemic affected student learning outcomes. As many as 68% of students score below 75 in computational mathematics courses. These results are not comparable to learning outcomes when learning takes place offline. The results of the interviews show that students have difficulty understanding the material when learning is done online. For this reason, a qualitative descriptive study was carried out which aimed to analyze and describe students' conceptual understanding abilities in solving matrix problems using the APOS stages. The research subjects were 3 students of the informatics engineering study program who had taken computational mathematics courses and received matrix material, were in the category of students with low, medium, and high conceptual understanding, and were able to communicate their thoughts orally and in writing. Data collection techniques were carried out through written tests, interviews, and observations. The results showed that students with low conceptual understanding were able to solve matrix problems up to the object stage and made calculation mistakes. Students with a moderate understanding of concepts can solve matrix problems up to the schematic stage but are not careful in doing calculations. Meanwhile, students with high conceptual understanding can solve matrix questions up to the schematic stage, determine the correct answer, make conclusions, and reflect on the problem-solving obtained.*

**Keywords:** APOS Stages, Conceptual Understanding, Matrix

## **PENDAHULUAN**

Perubahan pada pelaksanaan proses pembelajaran yang terjadi pada masa pandemi, ternyata berpengaruh pada proses dan hasil belajar mahasiswa (Kusumaningrini & Sudibjo, 2021). Pembelajaran yang pada mulanya dilakukan secara tatap muka, harus beralih secara *online* melalui berbagai macam *platform* dengan memanfaatkan internet. Berdasarkan hasil observasi dan wawancara pada dosen dan mahasiswa, terdapat beberapa kendala yang dialami dosen dan mahasiswa. Bagi dosen, terjadi kesulitan melakukan kontrol pada saat memberikan penugasan pada mahasiswa. Hampir semua mahasiswa mampu mengerjakan tugas dan kuis dengan baik sehingga dosen berasumsi bahwa mahasiswa telah menguasai materi yang diberikan. Namun, pada saat Ujian Akhir Semester (UAS) dilangsungkan secara tatap muka, penguasaan materi tidak sebanding dengan hasil tugas dan kuis. Pada matakuliah matematika komputasi dengan materi matriks, hasil nilai UAS menunjukkan bahwa sebanyak 15 dari 23 mahasiswa mendapatkan nilai tidak lebih dari 75, artinya 68% mahasiswa mendapat nilai di bawah 75. Secara tidak langsung, ini menunjukkan rata-rata ketercapaian hasil belajar masih di bawah standar (Hanifah, 2022). Sementara dari sudut pandang mahasiswa, pembelajaran *online* dapat diikuti dengan baik selama ada ketersediaan sarana dan prasarana yang mendukung. Namun demikian, mahasiswa merasa kesulitan dalam memahami materi yang diajarkan dosen dibandingkan dengan pembelajaran dilakukan secara tatap muka. Oleh karena itu, ketika dosen memberikan tugas atau kuis secara *online*, mahasiswa cenderung mencari bantuan jawaban karena mereka belum memahami materi dengan baik. Secara tidak langsung hal ini menunjukkan bahwa pemahaman konsep mahasiswa masih cukup rendah (Boonen et al., 2016).

Fakta ini diperkuat oleh hasil penelitian yang telah dilakukan Febrinita & Puspitasari (2021) pada mahasiswa Prodi Teknik Informatika, Unisba Blitar, yang menunjukkan bahwa pada saat pembelajaran *online* diberlakukan, mahasiswa memberikan persepsi positif pada aspek proses pembelajaran. Namun demikian, mahasiswa berpendapat bahwa proses memahami materi pada pembelajaran *online* lebih sulit daripada ketika belajar secara tatap muka. Bagi kebanyakan mahasiswa, matematika merupakan pelajaran yang dianggap sulit sejak mereka menempuh pendidikan di jenjang sekolah dasar. Dalam pembelajaran tatap muka, proses memahami materi sudah dirasa cukup sulit, apalagi dalam pembelajaran *online*, dimana interaksi dan diskusi yang terjadi antara dosen dan mahasiswa cukup terbatas. Padahal, pemahaman konsep pada pembelajaran matematika diperoleh dari kegiatan interaktif antara dosen dan mahasiswa (Radiusman, 2020)

Dalam pembelajaran matematika, pemahaman konsep merupakan salah satu kecakapan yang harus dimiliki siswa (Gilmore et al., 2018; NCTM, 2000). Pemahaman konsep merupakan landasan berpikir bagi siswa untuk mampu menerapkan matematika serta menggunakannya untuk memecahkan permasalahan sehari-hari (Asfar et al., 2019). Siswa dikatakan memiliki pemahaman konsep yang baik ketika mereka mampu mengidentifikasi dan menerapkan konsep secara algoritma, dapat membedakan dan membandingkan, memberikan contoh dan non-contoh suatu konsep, serta dapat mengintegrasikan konsep dan prinsip yang saling berhubungan (Kristanti et al., 2019).

Pemahaman konsep merupakan hasil konstruksi yang terjadi melalui aksi matematika, proses-proses, objek-objek yang diorganisasikan dalam skema untuk menentukan penyelesaian suatu masalah (Mulyono, 2011). Pemahaman konsep merupakan bagian penting dari proses belajar matematika (NCTM, 2000). Pemahaman konsep menjadi landasan berpikir dalam menyelesaikan masalah matematika yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari (Ginting & Sutirna, 2021; Rosida & Pujiastuti, 2020). Untuk itu, seorang pendidik harus mampu merancang pembelajaran yang baik, yang mampu memfasilitasi siswa untuk membangun pemahaman konsep secara mandiri sebab pemahaman konsep akan lebih bermakna jika dikonstruksi oleh siswa sendiri (Kamid et al., 2021; Syamsuri & Marethi, 2018). Dengan demikian, siswa mampu memahami penggunaan konsep tersebut untuk menyelesaikan masalah matematika dengan kondisi yang berbeda-beda.

Pemahaman konsep merupakan kompetensi siswa dalam memahami konsep dan menggunakan prosedur atau algoritma secara fleksibel, akurat, efisien, dan tepat (Mawaddah & Maryanti, 2016). Dubinsky & McDonald (2001) mengadaptasi ide Piaget menyatakan bahwa proses terbentuknya pemahaman dan pengetahuan baru, diyakini merupakan hasil dari serangkaian proses yang meliputi *Action-Process-Object-Scheme* (APOS). Teori APOS merupakan teori konstruktivis tentang bagaimana belajar konsep matematika yang mungkin terjadi (Dubinsky & McDonald, 2001). Teori ini dapat dijadikan sebagai alat untuk mendeskripsikan skema seseorang ketika membangun pemahaman konsep ketika mempelajari suatu topik tertentu. Teori ini dapat digunakan untuk mendeskripsikan analisa terkait proses konstruksi seseorang dalam membangun pemahaman konsep pada suatu topik matematika (Altieri & Schirmer, 2019). Selain itu, teori ini dapat digunakan untuk membandingkan keberhasilan atau kegagalan seseorang dalam membangun mental yang terbentuk untuk suatu konsep matematika. Kemunculan teori ini bertujuan untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget, yang menjelaskan perkembangan dalam berpikir logis matematis untuk anak-anak (Dubinsky & McDonald, 2001).

Pada teori APOS terdapat 4 tahapan yaitu aksi, proses, objek, dan skema (Dubinsky & McDonald, 2001). Pada tahap aksi terjadi transformasi objek melalui suatu langkah dasar pada algoritma-algoritma secara eksplisit. Pada tahap proses, terjadi perubahan kegiatan secara prosedural untuk melakukan kembali kegiatan sebagai upaya mengimajinasikan pengertian yang memiliki pengaruh terhadap kondisi yang diperoleh. Pada tahap objek, terjadi pembangunan objek yang diperoleh dari hasil transformasi proses menjadi aksi. Selanjutnya pada tahap skema, terjadi proses konstruksi yang berkaitan antara aksi, proses, objek, dan skema lain yang dihubungkan oleh beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka kerja dalam pikiran (Astuti et al., 2017).

Dalam penelitian ini, teori APOS yang digunakan adalah teori APOS dengan 4 tahap, meliputi aksi, proses, objek, dan skema, yang dikembangkan untuk materi matriks. Materi ini merupakan salah satu materi pada matakuliah matematika komputasi, yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antar objek-objek tersebut (Munir, 2016). Matriks juga dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah pada sistem persamaan linear,

kriptografi, teori graf, dan lain sebagainya. Namun, penggunaan matriks pada berbagai kasus tersebut tidak dapat dilakukan dengan maksimal tanpa disertai kemampuan pemahaman konsep yang baik (Munasiah et al., 2020; Radiusman, 2020). Padahal, melalui pemahaman konsep, mahasiswa akan lebih mudah menerapkan konsep matriks untuk menyelesaikan berbagai masalah dalam situasi yang berbeda-beda. Untuk itu, pendeskripsian pemahaman konsep diharapkan dapat membantu dosen mengetahui sejauh mana proses mahasiswa mampu mengkonstruksi pengetahuan untuk menguasai topik yang dipelajari. Dengan demikian, dosen mampu memberikan *scaffolding* serta menerapkan model pembelajaran yang tepat ketika mengajarkan matakuliah matematika (Rosita et al., 2014).

Beberapa penelitian terkait dengan analisis pemahaman konsep menggunakan teori APOS telah banyak dilakukan (Afgani et al., 2017; Inganah, 2018; Kamid et al., 2021; Rofiki et al., 2020; Syamsuri & Marethi, 2018). Afgani et al., (2017) dalam penelitiannya menjelaskan bahwa melalui perspektif teori APOS dapat diketahui tingkat kemampuan matematis siswa dalam aljabar dimana sebagian besar tidak dapat mencapai tahap skema, namun siswa dapat melakukan perhitungan dengan prosedur yang benar pada objek matematika. Selanjutnya, Inganah (2018) dalam penelitiannya menjelaskan bahwa melalui teori APOS, tingkat pemahaman konsep matematis, untuk siswa berkemampuan rendah, sedang, dan tinggi dapat dideskripsikan dengan cukup detail. Berdasarkan hasil deskripsi diperoleh informasi bahwa siswa dengan kemampuan tinggi mampu mencapai tahap skema, sementara siswa dengan kemampuan sedang dan rendah mengalami kesulitan pada tahap objek dan skema. Hasil penelitian ini sedikit berbeda dengan penelitian yang dilakukan oleh Rofiki et al., (2020). Pada penelitian yang dilakukan oleh Rofiki et al., (2020), untuk siswa dengan kemampuan sedang mampu mencapai tahap objek dengan baik walaupun terdapat beberapa kesalahan perhitungan. Sementara untuk siswa dengan kemampuan rendah hanya mampu menyelesaikan masalah matematis sampai tahap aksi.

Dari beberapa penelitian tersebut, dapat dilihat bahwa terdapat proses yang beragam pada cara berpikir peserta didik ketika belajar matematika. Hal ini dibuktikan oleh Syamsuri & Marethi (2018) dalam penelitiannya, yang menjelaskan bahwa melalui teori APOS, dapat diketahui dua jenis proses berpikir siswa ketika membangun bukti formal dalam matematika, yaitu proses berpikir holistik deduktif dan proses berpikir induktif-parsial. Adanya perbedaan dalam proses berpikir peserta didik, menjadikan tugas guru lebih selektif dalam menerapkan strategi pembelajaran yang dapat memfasilitasi siswa dalam membangun pemahaman konsep matematisnya. Beberapa usaha yang dapat dilakukan adalah melalui penggunaan strategi belajar, yang memanfaatkan media pembelajaran yang telah mengintegrasikan teori APOS. Hal ini dibuktikan oleh penelitian yang dilakukan oleh Kamid et al., (2021) bahwa pengembangan buku ajar yang berbasis teori APOS ternyata efektif dalam membangun pemahaman konsep matematis siswa.

Berdasarkan beberapa kajian penelitian di atas, disimpulkan bahwa teori APOS dapat digunakan untuk menganalisis kemampuan pemahaman konsep siswa/mahasiswa sehingga guru/dosen dapat mengetahui tingkat penguasaan siswa/mahasiswa terhadap konsep matematika

yang telah dipelajari, serta kesalahan yang mungkin terjadi dalam memahami konsep tersebut. Oleh karena itu, dilakukan penelitian dengan judul “Implementasi Tahapan APOS pada Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Matriks”, yang bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan pemahaman konsep mahasiswa Prodi Teknik Informatika dengan menggunakan teori APOS.

## METODE

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah jenis penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penelitian deskriptif digunakan karena fokus penelitian ini adalah penggambaran kondisi mahasiswa secara alamiah mengenai pemahaman konsep mahasiswa dalam menyelesaikan soal matriks. Sementara pendekatan kualitatif digunakan sebab data yang dihasilkan berupa kata-kata tertulis atau lisan yang diperoleh dari hasil pengamatan pada mahasiswa ketika mengkonstruksi pemahaman konsepnya dalam menyelesaikan soal matriks.

Pelaksanaan penelitian bertempat di Unisba Blitar, yaitu pada Fakultas Teknologi Informasi, Program Studi Teknik Informatika. Lokasi ini dipilih berdasarkan pada masalah penelitian yang ditemukan peneliti. Subjek penelitian adalah 3 orang mahasiswa angkatan 2020, yang ditentukan melalui kriteria: 1) mahasiswa telah menempuh matakuliah matematika komputasi dan mendapatkan materi matriks; 2) masing-masing mahasiswa berada pada kategori kemampuan pemahaman konsep tinggi, sedang, atau rendah; dan 3) mahasiswa mampu mengkomunikasikan pemikirannya secara lisan dan tertulis.

Dalam penelitian ini, peneliti bertindak sebagai instrumen utama. Teknik pengumpulan data dilakukan dengan tes tulis, wawancara, observasi, dan dokumentasi. Tes tulis digunakan sebagai teknik pengumpulan data untuk memperoleh data hasil pekerjaan mahasiswa ketika menyelesaikan soal. Instrumen yang digunakan adalah soal matriks yang sebelumnya melalui proses validasi oleh 2 orang dosen bidang matematika. Wawancara dan observasi digunakan untuk memperoleh data tentang kondisi awal mahasiswa sebelum dilakukannya penelitian serta untuk menggali proses berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan soal matriks yang diberikan. Sementara itu, teknik dokumentasi digunakan untuk memperoleh data langsung dari lokasi penelitian yaitu foto kegiatan, daftar nilai UAS, dan lembar jawab mahasiswa. Acuan untuk menentukan tingkat pemahaman konsep pada pemilihan subjek penelitian seperti yang ditunjukkan pada [Tabel 1](#).

**Tabel 1.** Tingkat Pemahaman Konsep pada Penentuan Subjek Penelitian

Kriteria	Tingkat Pemahaman Konsep
$x \geq (\bar{x}) + s$	Kemampuan Pemahaman Konsep Tinggi
$\bar{x} - s < x < \bar{x} + s$	Kemampuan Pemahaman Konsep Sedang
$x \leq \bar{x} - s$	Kemampuan Pemahaman Konsep Rendah

Sumber: (Windasari et al., 2020)

**Keterangan:**

$x$  = nilai tes tulis

$\bar{x}$  = nilai rata-rata tes tulis

$s$  = simpangan baku/standar deviasi

Indikator pemahaman konsep berdasarkan teori APOS mengacu pada indikator pemahaman konsep pada penelitian [Astuti et al., \(2017\)](#), yang telah disesuaikan dengan materi matriks. Indikator pemahaman konsep pada penelitian ini dapat dilihat pada [Tabel 2](#) berikut.

**Tabel 2.** Indikator Pemahaman Konsep Matematika pada Penyelesaian Soal Matriks

Tahap Pemahaman Konsep Teori APOS	Definisi	Indikator
Aksi	Transformasi objek melalui suatu langkah dasar pada algoritma-algoritma sevara eksplisit	a. Mengidentifikasi informasi pada soal dengan benar b. Menuliskan pokok pertanyaan dalam soal
Proses	Perubahan kegiatan secara prosedural untuk melakukan kegiatan kembali sebagai langkah dalam merepresentasikan pemahaman yang memiliki pengaruh terhadap kondisi yang diperoleh	a. Menyusun rencana penyelesaian soal b. Menuliskan permisalan variabel berdasarkan masalah c. Menuliskan bentuk matematis berdasarkan masalah
Objek	Enkapsulasi proses menjadi objek dapat dilakukan apabila proses telah ditransformasikan oleh aksi	a. Mengimplementasikan rencana penyelesaian soal b. Menentukan strategi penyelesaian soal
Skema	Konstruksi keterkaitan antara aksi, proses, dan objek secara terpisah pada suatu objek tertentu agar menghasilkan skema	a. Menghubungkan antara aksi, proses, dan objek sesuai dengan pertanyaan soal b. Menentukan jawaban yang tepat sesuai pertanyaan soal c. Membuat kesimpulan dari hasil penyelesaian masalah

Sumber: ([Astuti et al., 2017](#))

Soal tes yang diberikan berupa 2 soal uraian dengan materi matriks. Soal disusun untuk mengetahui pemahaman konsep mahasiswa ketika menggunakan matriks dalam penyelesaian soal, yang umumnya diselesaikan dengan metode substitusi atau eliminasi. Soal terlebih dahulu divalidasi oleh 2 validator sebelum diberikan pada mahasiswa. [Tabel 3](#) menunjukkan soal yang diberikan.

**Tabel 3.** Soal Tes Pemahaman Konsep

Soal ke-	Uraian Soal																				
1	<p>Pak Herman memiliki usaha pembuatan roti tawar. Ia menggunakan 3 jenis mesin penggiling adonan dengan kecepatan yang berbeda-beda. Jika digunakan mesin A dan B, dalam satu menit dihasilkan 5 kg adonan roti. Jika digunakan mesin A dan C, dalam satu menit dihasilkan 7 kg adonan roti. Jika digunakan mesin B dan C, dalam satu menit dihasilkan 8 kg adonan roti. Tentukan:</p> <p>a. Bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah diatas</p> <p>b. Berat adonan roti yang dihasilkan jika hanya menggunakan mesin A selama 2 menit.</p>																				
2	<p>Sebuah toko bahan makanan menyediakan beras dalam 3 jenis kemasan plastik. Catatan penjualan beras selama tiga hari disajikan dalam tabel berikut.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Hari ke-</th> <th>Kemasan Kecil</th> <th>Kemasan Sedang</th> <th>Kemasan Besar</th> <th>Jumlah Berat Beras (kg)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>132</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>8</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>76</td> </tr> </tbody> </table> <p>Pada hari keempat terjual beras sebanyak 10 kemasan kecil, 8 kemasan sedang dan 3 kemasan besar. Tentukan:</p> <p>a. Bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah di atas</p> <p>b. Jumlah berat beras yang terjual pada hari keempat.</p>	Hari ke-	Kemasan Kecil	Kemasan Sedang	Kemasan Besar	Jumlah Berat Beras (kg)	1	5	4	8	110	2	6	4	10	132	3	8	8	2	76
Hari ke-	Kemasan Kecil	Kemasan Sedang	Kemasan Besar	Jumlah Berat Beras (kg)																	
1	5	4	8	110																	
2	6	4	10	132																	
3	8	8	2	76																	

Untuk memperkuat informasi dari hasil pekerjaan mahasiswa, dilakukan proses wawancara. Jenis wawancara yang digunakan adalah wawancara tidak terstruktur, yaitu wawancara yang

dilakukan secara bebas, dengan pertanyaan yang dapat dirubah, sesuai kebutuhan informasi yang ingin diperoleh peneliti (Sugiyono, 2014). Selanjutnya, data yang terkumpul akan dianalisis menggunakan model Miles & Huberman (1992), yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Pengecekan keabsahan data dilakukan melalui peningkatan ketekunan pengamatan dan triangulasi teknik untuk memperoleh data yang relevan. Triangulasi teknik dilakukan dengan membandingkan data hasil pekerjaan mahasiswa dan data hasil wawancara serta dokumentasi.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

Pengukuran pemahaman konsep mahasiswa dalam menyelesaikan soal matriks dilakukan dengan memberikan 2 (dua) soal uraian yang sebelumnya telah melalui proses validasi. Soal diberikan pada 22 mahasiswa dengan waktu pengerjaan soal 60 menit. Hasil yang diperoleh ditunjukkan pada Tabel 4.

**Tabel 4.** Deskripsi Hasil Penyelesaian Soal Matriks

Banyak Mahasiswa	Rata-Rata	Nilai Maksimum	Nilai Minimum	Standar Deviasi
23	68,91	100	45	17,27

Berdasarkan Tabel 4 tersebut, nilai tertinggi adalah 92 dan nilai terendah adalah 40 dengan rata-rata 68,17 dan simpangan baku 19,08. Selanjutnya, dilakukan pengelompokkan kemampuan pemahaman konsep menggunakan ketentuan pada Tabel 1, dengan hasil seperti yang ditunjukkan pada Tabel 5 berikut.

**Tabel 5.** Pengelompokan Kemampuan Pemahaman Konsep

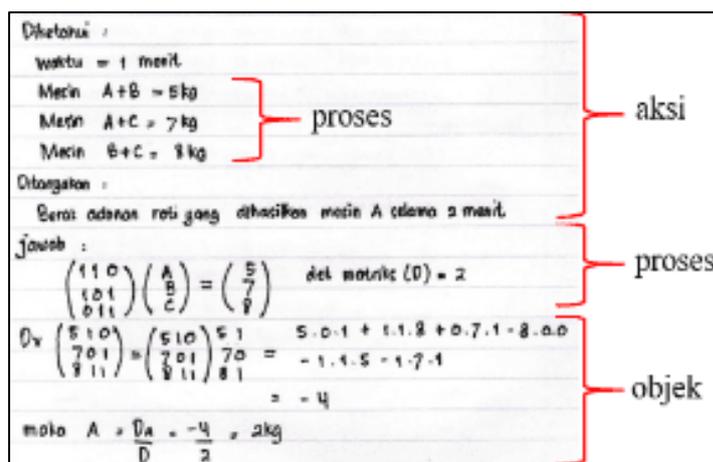
Kemampuan Pemahaman Konsep	Banyak Mahasiswa	Persentase
Kemampuan Tinggi	4	14,33%
Kemampuan Sedang	14	46,67%
Kemampuan Rendah	5	16,67%

Dari hasil pengelompokkan tersebut, diambil 1 mahasiswa dari setiap kategori, yang memiliki kemampuan untuk mengkomunikasikan pemikirannya baik secara lisan maupun tertulis, yaitu  $M_3$  untuk mahasiswa dengan kemampuan tinggi,  $M_2$  untuk mahasiswa dengan kemampuan sedang, dan  $M_1$  untuk mahasiswa dengan kemampuan rendah. Hasil pekerjaan ketiga mahasiswa tersebut diuraikan sebagai berikut.

### Analisis Kemampuan Mahasiswa dengan Pemahaman Konsep Rendah dalam Menyelesaikan Soal Matriks

Berdasarkan hasil pekerjaan  $M_1$  pada soal pertama, dapat dilihat bahwa  $M_1$  hanya mampu mengerjakan soal sampai pada tahap objek. Pada tahap aksi,  $M_1$  mampu menuliskan informasi dan masalah yang ditanyakan pada soal walaupun belum lengkap.  $M_1$  tidak menuliskan bahwa soal juga meminta untuk menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan. Namun demikian, pada tahap proses,  $M_1$  mampu menuliskan bentuk matematika dari informasi yang diperoleh di soal serta menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian sebelum menentukan

penyelesaian soal. Selanjutnya pada tahap objek,  $M_1$  menuliskan determinan matriks  $D$  tanpa mendefinisikan matriks manakah yang disebut sebagai matriks  $D$ . Proses perolehan determinan matriks  $D$  pun tidak dituliskan secara detail. Penulisan determinan matriks juga tidak tepat dan pendefinisian matriks tidak konsisten. Pada perhitungan terdapat matriks  $D_x$  yang dicari determinannya, tetapi ketika menentukan nilai  $A$ , muncul matriks  $D_A$ . Nilai  $A$  yang ditemukan tepat, yaitu 2, tetapi perhitungan yang dilakukan tidak tepat karena 2 diperoleh dari  $-\frac{4}{2}$ . Setelah memperoleh hasil akhir,  $M_1$  tidak menuliskan kesimpulan dari hasil akhir yang diperoleh terkait dengan pertanyaan pada soal. Gambar 1 menunjukkan hasil pekerjaan  $M_1$  pada soal pertama.



Gambar 1. Hasil Pekerjaan  $M_1$  pada Soal Pertama

Berdasarkan hasil wawancara, diperoleh informasi bahwa ketika  $M_1$  mengerjakan soal pertama,  $M_1$  kurang teliti dalam melakukan perhitungan serta menuliskan jawaban soal berdasarkan intuisinya, bukan berdasarkan hasil hitungan yang semestinya.  $M_1$  menyimpulkan hasil akhir 2 karena berpikir bahwa tidak mungkin satuan waktu adalah negatif. Sehingga, hasil  $-4$  dibagi 2 dituliskan dengan 2. Selanjutnya, dalam mendefinisikan matriks,  $M_1$  terpaku pada contoh di buku dan tidak konsisten. Hal ini terlihat bahwa ternyata matriks  $D_A$  dan  $D_x$  adalah dua matriks yang sama. Penulisan rumus yang digunakan untuk mencari nilai  $A$  juga tidak tepat, sehingga terkesan bahwa nilai  $A$  diperoleh dengan membagi matriks  $D_A$  dengan matriks  $D$ .

Pada soal kedua,  $M_1$  pun hanya sampai pada tahap objek dalam proses penyelesaian soal. Bahkan pada proses objek, hasil perhitungan tidak dikerjakan hingga tuntas. Pada tahap aksi,  $M_1$  menuliskan informasi dan hal yang ditanyakan dari soal, walaupun tidak lengkap.  $M_1$  tidak menuliskan bahwa pada soal diminta untuk menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan. Namun demikian, pada tahap proses,  $M_1$  menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan soal, tanpa terlebih dahulu mendefinisikan variabel  $x, y$ , dan  $z$  dan menulis bentuk persamaan dari ketiga variabel tersebut.  $M_1$  juga sempat menuliskan bentuk matriks *augmented* dari soal, walaupun pada tahap objek, bentuk tersebut tidak digunakan. Selanjutnya,  $M_1$  mencari nilai variabel  $y$  dengan terlebih dahulu menentukan determinan dari matriks  $D_y$ . Penulisan

determinan pun tidak tepat dan matriks  $D_y$  tidak didefinisikan sebelumnya, walaupun hasil perhitungan akhir untuk nilai variabel  $y$  benar, yaitu 200. Langkah penyelesaian soal kedua oleh  $M_1$  terhenti pada proses ini.  $M_1$  juga menuliskan determinan matriks  $D_x$ , namun tidak dilanjutkan. Gambar 2 menunjukkan hasil pekerjaan  $M_1$  pada soal kedua.

Diketahui :

- 5 kemas kecil 4 kemas sedang 8 kemas besar, 110 kg
- 6 kemas kecil 4 kemas sedang 10 kemas besar, 132 kg
- 8 kemas kecil 8 kemas sedang 2 kemas besar, 76 kg

Ditanyakan :

berat beras terjual di hari ke empat.

Jawab :

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 110 \\ 6 & 4 & 10 & 132 \\ 8 & 8 & 2 & 76 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 132 \\ 76 \end{pmatrix}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 5 & 110 & 8 \\ 6 & 132 & 10 \\ 8 & 76 & 2 \end{vmatrix} = 5 \cdot 132 \cdot 2 - 10 \cdot 8 \cdot 8 - 8 \cdot 132 \cdot 8 - 76 \cdot 10 \cdot 5 = -2 \cdot 6 \cdot 110 = 200$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 110 & 4 & 8 \\ 132 & 4 & 10 \\ 76 & 8 & 2 \end{vmatrix}$$

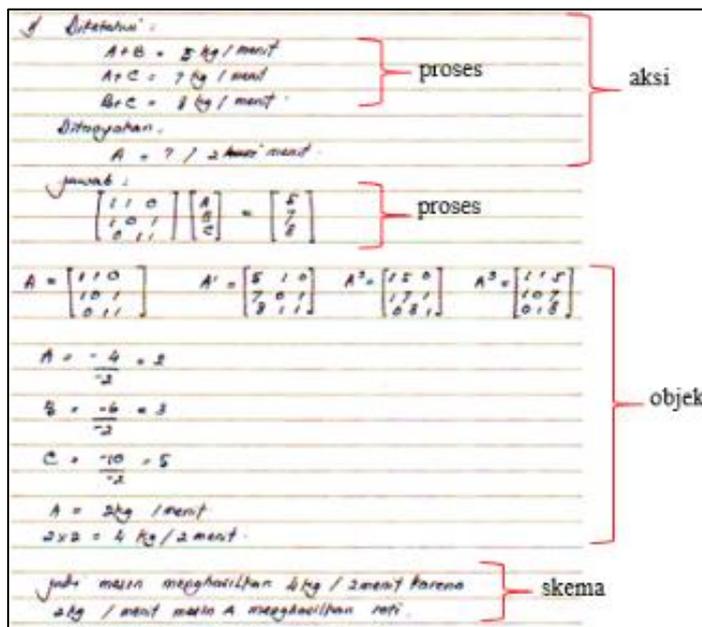
Gambar 2. Hasil Pekerjaan  $M_1$  pada Soal Kedua

Berdasarkan hasil wawancara diperoleh informasi bahwa  $M_1$  tidak paham arti simbol-simbol pada matriks. Misal terdapat matriks  $A$ ,  $M_1$  beranggapan bahwa  $A = (A) =$  determinan matriks  $A$ . Selain itu,  $M_1$  masih belum memahami cara menggunakan determinan matriks untuk menyelesaikan soal tersebut. Hal ini diketahui dari pernyataan  $M_1$  yang menyatakan bahwa  $M_1$  tidak memahami kolom mana yang harus diganti oleh konstanta ketika menentukan nilai suatu variabel. Penggantian kolom hanya dipahami berdasarkan urutan variabel  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ . Dalam proses pengerjaan soal kedua,  $M_1$  membutuhkan waktu yang cukup lama karena terkendala dengan kemampuan matematis yang dirasa lemah. Hal ini dikemukakan  $M_1$  saat wawancara bahwa  $M_1$  merasa mengerti saat diberikan penjelasan dosen terkait soal matematika. Namun, ketika soal diubah angkanya,  $M_1$  bingung untuk menentukan langkah pertama yang harus dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut.

### Analisis Kemampuan Mahasiswa dengan Pemahaman Konsep Sedang dalam Menyelesaikan Soal Matriks

Berdasarkan hasil kerja  $M_2$ , dapat dilihat bahwa  $M_2$  mampu mengerjakan soal hingga pada tahap aksi.  $M_2$  mampu menuliskan informasi serta masalah yang ditanyakan soal, walaupun sedikit kurang lengkap.  $M_2$  tidak menuliskan bahwa dalam soal diminta untuk menuliskan matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan. Meskipun demikian, pada tahap proses,  $M_2$  mampu menuliskan bentuk matematika dari informasi yang ia peroleh dari soal serta menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah dengan tepat. Selanjutnya pada tahap objek,  $M_2$  mendefinisikan 4 matriks, yaitu matriks  $A, A^1, A^2$ , dan  $A^3$ . Namun,  $M_2$  tidak menjelaskan variabel apa yang diwakili oleh matriks  $A^1, A^2$ , dan  $A^3$ . Selain itu,  $M_2$  juga tidak menuliskan secara rinci dan

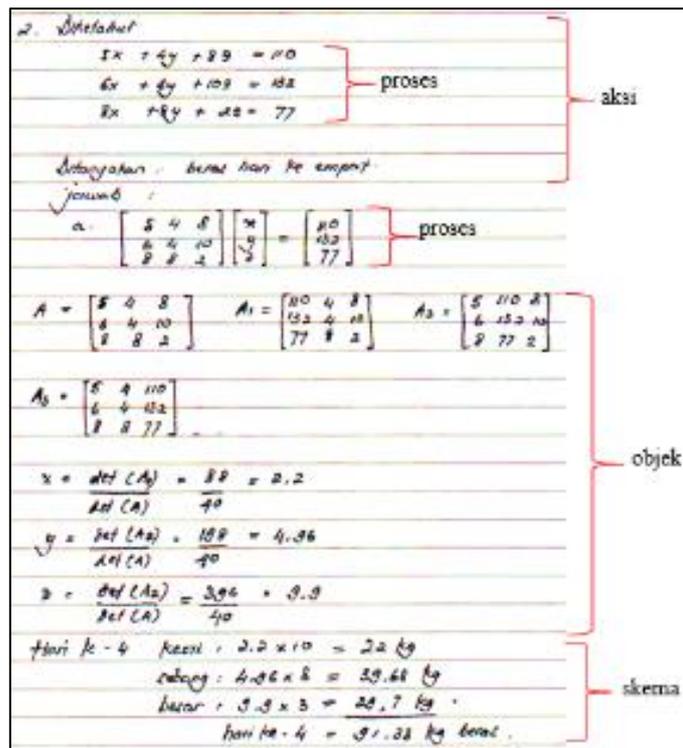
detail langkah-langkah dalam menentukan determinan untuk setiap matriks. Meski demikian,  $M_2$  mampu menentukan penyelesaian soal dengan tepat, yaitu mesin A mampu menghasilkan 4 kg adonan roti dalam waktu 2 menit. Kesimpulan penyelesaian soal tersebut dituliskan dan dijelaskan  $M_2$  pada tahap skema. Gambar 3 menunjukkan hasil pekerjaan  $M_2$  pada soal pertama.



Gambar 3. Hasil Pekerjaan  $M_2$  pada Soal Pertama

Berdasarkan hasil wawancara, diperoleh informasi bahwa  $M_2$  dapat melakukan perhitungan dengan tepat ketika menggunakan metode Sarrus. Namun, cara menuliskan determinan belum tepat. Selain itu, dalam melakukan pendefinisian matriks juga kurang sesuai karena dapat memunculkan ambiguitas dengan definisi perkalian matriks. Pemahaman terhadap informasi pada soal masih kurang teliti sehingga  $M_2$  juga menentukan nilai variabel yang tidak ditanyakan soal. Sementara, pemahaman terhadap penggantian kolom matriks dengan matriks konstanta, untuk penentuan nilai variabel yang dicari, juga masih belum tepat. Pemikiran subjek  $M_2$  terbatas pada contoh-contoh yang dibaca dari referensi dan contoh yang diberikan dosen saat perkuliahan.

Selanjutnya, berdasarkan hasil pekerjaan  $M_2$  pada soal kedua, dapat dilihat bahwa  $M_2$  dapat menyelesaikan soal sampai pada tahap skema. Sama seperti penyelesaian soal pertama, pada tahap aksi dan proses,  $M_2$  mampu menuliskan informasi dan masalah yang ditanyakan soal, walaupun tidak lengkap pada bagian hal yang ditanyakan soal. Namun,  $M_2$  mampu menuliskan bentuk sistem persamaan linear dari informasi yang diperoleh dari soal dan bentuk matriks yang bersesuaian dengan sistem persamaan linear tersebut. Selanjutnya pada tahap objek,  $M_2$  mampu menerapkan konsep determinan matriks untuk menentukan penyelesaian soal, namun hasil perhitungan yang diperoleh  $M_2$  tidak tepat. Hal ini disebabkan  $M_2$  kurang teliti dalam menuliskan konstanta pada persamaan linear ketiga. Nilai konstanta yang seharusnya 76, ditulis 77. Hal ini mengakibatkan jawaban akhir yang diperoleh pun tidak tepat. Gambar 4 menunjukkan hasil pekerjaan  $M_2$  pada soal kedua.



Gambar 4. Hasil Pekerjaan  $M_2$  pada Soal Kedua

Ketidaktelitian  $M_2$  ini diperkuat oleh hasil wawancara berikut. Subjek  $M_2$  tidak teliti dalam memahami soal sehingga berakibat pada jawaban akhir yang tidak tepat. Namun demikian,  $M_2$  dapat menemukan letak kesalahannya dan mampu mengerjakan kembali dengan hasil yang tepat. Selain itu, pada soal kedua ini, kembali  $M_2$  tidak teliti dalam memahami soal yang berakibat pada jawaban akhir tidak tepat. Ketidaktelitian tersebut disebabkan ia tidak menyukai soal dalam bentuk cerita.

### Analisis Kemampuan Mahasiswa dengan Pemahaman Konsep Tinggi dalam Menyelesaikan Soal Matriks

Berdasarkan hasil pekerjaan  $M_3$  pada soal pertama, dapat dilihat bahwa  $M_3$  dapat menyelesaikan soal hingga pada tahap skema. Pada tahap aksi,  $M_3$  mampu menuliskan informasi dan masalah yang ditanyakan soal dengan tepat. Pada tahap proses,  $M_3$  mampu menuliskan bentuk persamaan linear dan matriks yang bersesuaian dengan informasi dari soal. Pada tahap objek,  $M_3$  mampu menuliskan proses perolehan determinan dari matriks yang didefinisikannya. Bahkan,  $M_3$  memberikan catatan tambahan bahwa pencarian determinan untuk matriks  $D_b$  dan  $D_c$  tidak perlu dilakukan. Ini menunjukkan bahwa  $M_3$  memahami pertanyaan dengan baik serta mengetahui langkah mana yang semestinya tidak perlu dilakukan untuk keefektifan penyelesaian soal. Selanjutnya pada tahap skema,  $M_3$  mampu menuliskan kembali penyelesaian yang ia temukan dalam bentuk kesimpulan, yang merupakan jawaban dari pertanyaan soal. Gambar 5 menunjukkan hasil pekerjaan  $M_3$  pada soal pertama.

Diketahui:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + z = 7 \\ x + y + z = 9 \end{cases}$$

Ditanyakan:

- matriks yang komusian
- jumlah berat

Jawab:

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$2. D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{vmatrix} = -2$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 7 - 0 - 0 = -7$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$$

maka:

$$x = \frac{D_x}{D_0} = \frac{-2}{-2} = 1, \quad y = \frac{D_y}{D_0} = \frac{-7}{-2} = 3, \quad z = \frac{D_z}{D_0} = \frac{0}{-2} = 0$$

kesimpulan:

jumlah berat adalah total yang dihasilkan jika harga menggunakan resin adalah 2 maka adalah 4 kg

Gambar 5. Hasil Pekerjaan  $M_3$  pada Soal Pertama

Berdasarkan hasil wawancara, diperoleh informasi bahwa  $M_3$  juga melakukan pengecekan jawaban yang ia temukan pada tahap skema, namun pengecekan tersebut tidak dituliskan pada lembar kerja. Inilah yang menyebabkan  $M_3$  tetap menentukan nilai untuk variabel  $b$  dan  $c$  walaupun ia tahu bahwa nilai kedua variabel tersebut tidak perlu dicari. Selain itu,  $M_3$  juga mampu memahami perbedaan antara tanda kurung untuk matriks dan tanda kurung untuk determinan. Gambar 6 menunjukkan hasil pekerjaan  $M_3$  pada soal kedua.

Diketahui:

$$\begin{cases} \text{Kemasan kecil} = x \\ \text{Kemasan sedang} = y \\ \text{Kemasan besar} = z \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 40 \\ 10x + 4y + 10z = 100 \\ 7x + 8y + 2z = 76 \end{cases}$$

Ditanyakan:

- matriks yang komusian
- jumlah berat

Jawab:

$$1. \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 10 & 4 & 10 \\ 7 & 8 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 100 \\ 76 \end{bmatrix}$$

$$2. D_0 = \begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 10 & 4 & 10 & 0 \\ 7 & 8 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 40 + 300 + 324 - 48 - 400 - 256 = 40$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 40 & 4 & 3 & 0 \\ 100 & 4 & 10 & 0 \\ 76 & 8 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 320 + 3.040 + 3.048 - 1066 - 2100 - 2432 = 30$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 5 & 40 & 3 & 0 \\ 10 & 40 & 10 & 0 \\ 7 & 76 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 700 + 2800 + 34.05 - 1300 - 2100 - 2432 = 200$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 5 & 4 & 40 & 0 \\ 10 & 4 & 100 & 0 \\ 7 & 8 & 76 & 0 \end{vmatrix} = 1520 + 4224 + 6280 - 1824 - 5280 - 3820 = 400$$

maka:

$$x = \frac{D_x}{D_0} = \frac{30}{40} = 3, \quad y = \frac{D_y}{D_0} = \frac{200}{40} = 5, \quad z = \frac{D_z}{D_0} = \frac{400}{40} = 10$$

kesimpulan:

jumlah berat kemasan yang terjual pada hari keempat adalah 90 kg

Gambar 6. Hasil Pekerjaan  $M_3$  pada Soal Kedua

Berdasarkan hasil pekerjaan  $M_3$  pada soal kedua,  $M_3$  dapat menyelesaikan soal hingga pada tahap skema. Pada tahap aksi,  $M_3$  mampu menuliskan informasi dan masalah yang terdapat pada soal. Pada tahap proses,  $M_3$  mampu mendefinisikan variabel yang mewakili kemasan kecil, kemasan sedang, dan kemasan besar. Ia juga mampu menuliskan bentuk persamaan linear dan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan di soal. Pada tahap objek,  $M_3$  mampu menggunakan konsep determinan matriks untuk menentukan nilai setiap variabel dengan tepat. Selanjutnya pada tahap skema,  $M_3$  mampu menuliskan kesimpulan dari hasil yang telah diperoleh pada tahap objek. Selain itu, berdasarkan hasil wawancara, diperoleh informasi bahwa  $M_3$  mampu menggunakan konsep determinan matriks untuk menyelesaikan soal kedua. Ia dapat menjelaskan setiap langkah yang ia lakukan dengan jelas dan hasil yang tepat. Selain itu,  $M_3$  juga memahami bahwa penggunaan determinan matriks untuk menyelesaikan soal tersebut tidak bisa dilakukan jika determinan matriks koefisien sama dengan nol.

### Pembahasan

Pemahaman konsep merupakan salah satu dari aktivitas belajar matematika yang berpengaruh pada pola pikir peserta didik ketika menyelesaikan soal matematika. Pada penelitian ini, dilakukan analisis pemahaman konsep mahasiswa ketika menyelesaikan soal matriks. Proses analisis menggunakan tahapan APOS dilakukan pada mahasiswa dengan pemahaman konsep rendah, sedang dan tinggi.

### Kemampuan Mahasiswa dengan Pemahaman Konsep Rendah dalam Menyelesaikan Soal Matriks

Pada mahasiswa dengan kemampuan pemahaman konsep rendah, diperoleh hasil analisis berdasarkan tahapan APOS seperti dalam [Tabel 6](#) berikut.

**Tabel 6.** Deskripsi Kemampuan Mahasiswa Pemahaman Konsep Rendah

Tahapan APOS	Deskripsi (Soal 1)	Deskripsi (Soal 2)
Aksi	a. Menuliskan informasi yang terdapat pada soal b. Menuliskan masalah yang ditanyakan soal	a. Menuliskan informasi yang terdapat pada soal b. Menuliskan masalah yang ditanyakan soal
Proses	Menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan dalam soal	Menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan dalam soal
Objek	Menerapkan konsep determinan matriks untuk menentukan penyelesaian soal namun terdapat perhitungan yang belum tepat	Menerapkan konsep determinan matriks untuk menentukan penyelesaian soal namun tidak sampai selesai/tidak sampai menemukan jawaban akhir
Skema	-	-

Berdasarkan [Tabel 6](#), dapat dilihat bahwa mahasiswa dengan pemahaman konsep rendah hanya mampu menyelesaikan soal hingga pada tahap objek. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh [Inganah \(2018\)](#), yang menyatakan bahwa mahasiswa dengan kemampuan konsep rendah menghadapi beberapa kesalahan ketika berada pada tahap objek. Pada tahap objek di soal

pertama, mahasiswa melakukan kesalahan perhitungan, walaupun nilai variabel yang dicari hasil akhirnya tepat, yaitu 2. Namun, perolehan nilai 2 tersebut diperoleh dari hasil perhitungsn yang tidak tepat. Selain itu, mahasiswa menyimpulkan hasil yang tepat tersebut berdasarkan pemikirannya sendiri, bukan berdasar pada proses perhitungan yang seharusnya.

Sementara, pada tahap objek di soal kedua, mahasiswa tidak mampu menyelesaikan perhitungan sehingga tidak menemukan jawaban akhir. Fakta ini diperkuat oleh hasil penelitian [Dinullah & Ernawati \(2021\)](#) bahwa siswa dengan kemampuan pemahaman konsep rendah tidak mampu menyelesaikan soal matematika hingga sampai jawaban sampai akhir. Hal ini terjadi karena mahasiswa kurang memahami materi matriks dan tidak terbiasa dengan soal matematika dalam bentuk cerita. Selain itu, mahasiswa terlalu fokus pada contoh yang dibaca di buku atau contoh soal yang dijelaskan dosen, tanpa disertai dengan pemahaman konsep yang baik. Sehingga, ketika diberikan soal berbeda dengan penerapan konsep yang sama, mahasiswa merasa bingung dan tidak mampu menyelesaikan soal dengan baik. Pemahaman konsep yang rendah juga ditunjukkan dengan ketidakmampuan mahasiswa dalam membedakan penggunaan simbol-simbol pada matriks, misalnya penggunaan tanda kurung yang berbeda antara matriks dan determinan matriks ataupun penulisan simbol determinan matriks.

### Kemampuan Mahasiswa dengan Pemahaman Konsep Sedang dalam Menyelesaikan Soal Matriks

Pada mahasiswa dengan kemampuan pemahaman konsep sedang, diperoleh hasil analisis berdasarkan tahapan APOS seperti pada [Tabel 7](#) berikut.

**Tabel 7.** Deskripsi Kemampuan Mahasiswa Pemahaman Konsep Sedang

Tahapan APOS	Deskripsi (Soal 1)	Deskripsi (Soal 2)
Aksi	a. Menuliskan informasi yang terdapat pada soal b. Menuliskan masalah yang ditanyakan soal	a. Menuliskan informasi yang terdapat pada soal b. Menuliskan masalah yang ditanyakan soal
Proses	a. Mendefinisikan variabel yang terdapat pada soal b. Menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan dalam soal	a. Mendefinisikan variabel yang terdapat pada soal b. Menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan masalah yang diuraikan dalam soal
Objek	a. Mendefinisikan matriks berdasarkan bentuk sistem persamaan linear yang bersesuaian dengan soal b. Menerapkan konsep determinan matriks untuk menentukan nilai setiap variabel	a. Mendefinisikan matriks berdasarkan bentuk sistem persamaan linear yang bersesuaian dengan soal b. Menerapkan konsep determinan matriks untuk menentukan nilai setiap variabel namun terdapat kesalahan perhitungan
Skema	a. Menentukan jawaban sesuai pertanyaan soal b. Menarik kesimpulan dari solusi yang telah ditemukan/penyelesaian soal	a. Menentukan jawaban sesuai pertanyaan soal namun belum tepat karena proses perhitungan yang tidak teliti b. Tidak membuat kesimpulan dari jawaban yang diperoleh

Berdasarkan Tabel 7, dapat dilihat bahwa mahasiswa dengan pemahaman konsep sedang mampu menyelesaikan soal hingga pada tahap skema. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Dinullah & Ernawati (2021) bahwa mahasiswa dengan kemampuan konsep sedang mampu menyelesaikan soal matematika namun memiliki jawaban yang belum tepat. Hal ini disebabkan pada tahap objek, mahasiswa melakukan kesalahan dalam perhitungan sehingga jawaban akhir serta kesimpulan yang diperoleh pun belum tepat. Hal ini terjadi pada penyelesaian soal kedua. Meskipun demikian, langkah perhitungan yang telah dilakukan sudah sesuai dan mahasiswa mengetahui cara menentukan penyelesaian soal dengan menggunakan konsep determinan matriks.

Fakta ini diperkuat oleh hasil penelitian yang dilakukan oleh Inganah (2018) yang menyatakan bahwa pada tahap objek, mahasiswa dengan kemampuan pemahaman konsep sedang mampu menjelaskan penyelesaian soal dengan konsep matriks. Walaupun di akhir penyelesaian soal, terkadang ia tidak membuat kesimpulan atau tidak merefleksikan hasil akhir yang telah diperoleh. Ini artinya tahapan APOS yang dilalui oleh mahasiswa dengan kemampuan konsep sedang tidak seluruhnya terpenuhi dengan sempurna. Temuan lain menunjukkan bahwa mahasiswa dengan pemahaman konsep sedang tidak memahami simbol untuk perpangkatan matriks sehingga ia menggunakan simbol tersebut untuk mendefinisikan suatu matriks tertentu. Pada proses penyelesaian soal, mahasiswa juga mencari nilai variabel yang sebenarnya tidak ditanyakan namun ia tidak menggunakan nilai akhir setiap variabel tersebut untuk melakukan refleksi dari jawaban akhir yang ditanyakan soal. Ini artinya, proses penyelesaian soal yang dilakukan kurang efektif.

### Kemampuan Mahasiswa dengan Pemahaman Konsep Tinggi dalam Menyelesaikan Soal Matriks

Pada mahasiswa dengan kemampuan pemahaman konsep sedang, diperoleh hasil analisis berdasarkan teori APOS seperti dalam Tabel 8 berikut.

**Tabel 8.** Deskripsi Kemampuan Mahasiswa Pemahaman Konsep Tinggi

Tahapan APOS	Deskripsi (Soal 1 dan Soal 2)
Aksi	a. Menuliskan informasi yang diperoleh dari soal b. Menuliskan masalah yang ditanyakan soal
Proses	a. Mendefinisikan variabel yang terdapat pada soal b. Menuliskan bentuk sistem persamaan linear yang bersesuaian dengan soal c. Menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan sistem persamaan linear dari soal
Objek	a. Menentukan strategi penyelesaian soal b. Mengimplementasikan strategi penyelesaian soal c. Menuliskan proses perhitungan dalam pengimplementasian strategi penyelesaian soal
Skema	a. Menentukan jawaban yang tepat dari soal b. Membuat kesimpulan dari jawaban yang telah diperoleh c. Meninjau ulang jawaban yang ditemukan

Berdasarkan Tabel 8, dapat dilihat bahwa pada mahasiswa dengan pemahaman konsep tinggi mampu menyelesaikan soal hingga tahap skema. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Dinullah & Ernawati (2021) bahwa mahasiswa dengan kemampuan pemahaman

konsep tinggi mampu menyelesaikan soal matematika hingga pada tahap skema. Ia mampu memahami soal, menentukan strategi penyelesaian soal, mengimplementasikan strategi tersebut serta membuat kesimpulan dari proses perhitungan yang telah dilakukan dengan membuat hubungan antara masalah yang ditanyakan soal dengan jawaban yang telah ditemukan. Hasil ini juga sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh [Inganah \(2018\)](#), bahwa mahasiswa dengan kemampuan pemahaman konsep tinggi mampu mengorganisasikan tahap aksi, proses, dan objek untuk membuat kesimpulan dari penyelesaian soal yang telah dilakukan. Selain itu, mahasiswa juga mampu melakukan peninjauan kembali terhadap jawaban yang diperoleh melalui pencocokan dengan masalah yang ditanyakan soal. Hal ini terlihat dari langkah penyelesaian yang dilakukan ketika mahasiswa juga menentukan nilai variabel lain yang tidak ditanyakan pada soal. Meskipun pada soal hanya menanyakan nilai dari satu variabel, namun mahasiswa menggunakan nilai semua variabel yang ditemukan untuk melakukan refleksi dengan cara mencocokkan kembali jawaban yang diperoleh dengan sistem persamaan linear yang terdapat pada soal.

## **SIMPULAN**

Berdasarkan hasil analisis pemahaman konsep mahasiswa dalam menyelesaikan soal matriks berdasarkan tahapan APOS, terdapat perbedaan dalam penyelesaian soal matriks antara mahasiswa dengan kemampuan pemahaman konsep rendah, sedang dan tinggi. Mahasiswa dengan pemahaman konsep rendah mampu menyelesaikan soal matriks sampai pada tahap objek. Pada tahap aksi, mahasiswa mampu menuliskan informasi dan masalah yang ditanyakan soal. Pada tahap proses mahasiswa mampu menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan soal. Selanjutnya pada tahap objek mahasiswa mampu menerapkan konsep determinan untuk menyelesaikan soal namun masih mengalami kesalahan dalam perhitungan dan tidak menyelesaikan soal hingga jawaban akhir.

Mahasiswa dengan pemahaman konsep sedang mampu menyelesaikan soal matriks hingga tahap skema, namun belum sempurna. Pada tahap aksi, mahasiswa mampu menuliskan informasi dan masalah yang ditanyakan. Pada tahap proses, mahasiswa mampu mendefinisikan variabel yang terdapat pada soal serta menuliskan bentuk matriks yang bersesuaian dengan soal. Pada tahap objek, mahasiswa mampu mendefinisikan bentuk matriks berdasarkan sistem persamaan linear serta menerapkan konsep determinan matriks untuk menentukan nilai setiap variabel walaupun masih mengalami kesalahan perhitungan. Hal ini menyebabkan pada tahap skema, mahasiswa masih salah dalam menentukan jawaban akhir serta tidak menuliskan kesimpulan dari soal yang telah dikerjakan.

Mahasiswa dengan pemahaman konsep tinggi mampu menyelesaikan soal matriks hingga pada tahap skema. Pada tahap aksi, mahasiswa mampu menuliskan informasi dan masalah yang ditanyakan pada soal. Pada tahap proses, mahasiswa mampu mendefinisikan variabel dan menuliskan bentuk sistem persamaan linear dan matriks yang bersesuaian dengan soal. Pada tahap objek, mahasiswa mampu menentukan strategi penyelesaian soal, menerapkan strategi penyelesaian, serta menuliskan perhitungan dengan tepat. Selanjutnya pada tahap skema, mahasiswa mampu

menentukan jawaban yang tepat, membuat kesimpulan, dan merefleksikan penyelesaian soal yang diperoleh.

Berdasarkan kesimpulan yang diperoleh tersebut, pada penelitian selanjutnya disarankan untuk dilakukan pengembangan soal atau bahan ajar yang dapat digunakan untuk melatih kemampuan pemahaman konsep mahasiswa serta kemampuan matematis yang melibatkan pemahaman konsep tersebut. Selain itu, level kesulitan soal yang digunakan untuk menelaah pemahaman konsep mahasiswa, khususnya pada matakuliah bidang matematika, dapat lebih ditingkatkan dan diperluas cakupannya.

## DAFTAR RUJUKAN

- Afgani, M. W., Suryadi, D., & Dahlan, J. A. (2017). Analysis of undergraduate students' mathematical understanding ability of the limit of function based on APOS theory perspective. *International Conference on Mathematics and Science Education (ICMScE) Journal of Physics: Conference Series*, 895(1), 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012056>
- Altieri, M., & Schirmer, E. (2019). Learning the concept of eigenvalues and eigenvectors: a comparative analysis of achieved concept construction in linear algebra using APOS theory among students from different educational backgrounds. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 51(7), 1125–1140. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01074-4>
- Asfar, A. M. I. T., Asmawaty, & Nursyam, A. (2019). Mathematical concept understanding: The impact of integrated learning model. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(2), 211–222.
- Astuti, D., Budi, U., & Aryuna, D. R. (2017). Profil pemahaman siswa sekolah menengah atas (SMA) pada materi turunan berdasarkan teori APOS ditinjau dari gaya kognitif siswa. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika (JPMM)*, 1(5), 37–47.
- Boonen, A. J. H., Koning, B. B. de, Jolles, J., & Schoot, M. van der. (2016). Word Problem solving in contemporary math education: A plea for reading comprehension skills training. *Frontiers in Psychology*, 7, 1–10. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00191>
- Dinullah, R. N. I., & Ernawati. (2021). Analisis pemahaman konsep berdasarkan tahapan APOS Peserta didik pada sistem persamaan linear dua variabel. *RAINSTEK: Jurnal Terapan Sains & Teknologi*, 3(4), 282–295.
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). *APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research*. Kluwer Academic Publisher. [https://doi.org/DOI:10.1007/0-306-47231-7\\_25](https://doi.org/DOI:10.1007/0-306-47231-7_25)
- Febrinita, F., & Puspitasari, W. D. (2021). The Perceptions of information technology faculty students on online learning of computational mathematics during the covid-19 pandemic. *Jurnal Math Educator Nusantara*, 7(2), 172–186. Retrieved from: <http://ojs.unpkediri.ac.id/index.php/matematika/article/download/235/150>
- Gilmore, C., Clayton, S., Cragg, L., McKeaveney, C., Simms, V., & Johnson, S. (2018). understanding arithmetic concepts: The role of domain-specific and domain-general skills. *PLoS ONE*, 13(9), 18–20. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0201724>
- Ginting, I. R., & Sutirna. (2021). Analisis kemampuan pemahaman konsep matematis pada materi sistem persamaan linear dua variabel. *MAJU: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 8(1), 350–357. <https://doi.org/10.31949/educatio.v8i1.1993>
- Hanifah, A. I. (2022). Kemampuan pemahaman matematis pada mata kuliah aljabar linear elementer. *J-PiMat*, 4(1), 437–442.

- Inganah, S. (2018). Analysis of students understanding for the concept of matrix rank based on APOS theory. *5th International Conference on Community Development (AMCA 2018), Advances i*, 563–566. <https://doi.org/10.2991/amca-18.2018.156>
- Kamid, Huda, N., Rohati, Sufri, & Iriani, D. (2021). Development of mathematics teachings based on APOS theory: Construction of understanding the concept of student straight line equation. *Ta'dib*, 24(1), 81–92. <https://doi.org/10.31958/jt.v24i1.2346>
- Kristanti, F., Isnarto, & Mulyono. (2019). Kemampuan pemahaman konsep matematis siswa dalam pembelajaran flipped classroom berbantuan android. *Prosiding Seminar Nasional Pacasarjana*, 2(1) 618–625. Universitas Negeri Semarang. Retrieved from: <https://proceeding.unnes.ac.id/index.php/snpasca/article/view/349/369>
- Kusumaningrini, D. L., & Sudibjo, N. (2021). Faktor-faktor yang mempengaruhi motivasi belajar siswa di era pandemi covid-19. *Akademika: Jurnal Teknologi Pendidikan*, 10(01), 145–161. <https://doi.org/10.34005/akademika.v10i01.1271>
- Mawaddah, S., & Maryanti, R. (2016). Kemampuan pemahaman konsep matematis siswa SMP dalam pembelajaran menggunakan model penemuan terbimbing (discovery learning). *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 76–85. <https://doi.org/10.20527/edumat.v4i1.2292>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1992). *Analisis data kualitatif: Buku sumber tentang metode-metode baru*. (Tjetjep Rohendi Rohidi). Jakarta: Universitas Indonesia (UI-PRESS).
- Mulyono. (2011). Teori APOS dan implementasinya dalam pembelajaran. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 1(1), 37–45. <https://doi.org/10.20961/jmme.v1i1.9924>
- Munasiah, M., Solihah, A., & Heriyati, H. (2020). Pemahaman konsep dan penalaran matematika siswa dalam pembelajaran matriks. *SAP (Susunan Artikel Pendidikan)*, 5(1), 73–78. <https://doi.org/10.30998/sap.v5i1.6231>
- Munir, R. (2016). *Matematika diskrit-Edisi revisi keenam*. Bandung: Informatika.
- NCTM. (2000). *Principles standards and for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Radiusman. (2020). Studi literasi: Pemahaman konsep siswa pada pembelajaran matematika. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, 6(1), 1–8.
- Rofiki, I., Anam, A. C., Sari, P. E., Irawan, W. H., & Santia, I. (2020). Students' mental construction in cube and cuboid concepts based on mathematical ability differences. *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(1), 133–144. <http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/al-jabar/article/view/134/124>
- Rosida, N., & Pujiastuti, H. (2020). Analisis pemahaman konsep sistem persamaan linear dua variabel. *Jurnal Analisa*, 6(2), 163–172. <https://doi.org/10.15575/ja.v6i2.8400>
- Rosita, C. D., Laelasari, L., & Noto, M. S. (2014). Analisis kemampuan pemahaman matematis mahasiswa pada mata kuliah aljabar linear 1. *Euclid*, 1(2), 60–69. <https://doi.org/10.33603/e.v1i2.345>
- Sugiyono. (2014). *Memahami penelitian kualitatif*. Bandung: ALFABETA.
- Syamsuri, S., & Marethi, I. (2018). APOS analysis on cognitive process in mathematical proving activities. *International Journal on Teaching and Learning Mathematics*, 1(1), 1–12. <https://doi.org/10.18860/ijtlm.v1i1.5613>
- Windsari, I. Y., Prasetyowati, D., & Shodiqin, A. (2020). Analisis pemahaman konsep berdasarkan teori APOS pada materi barisan geometri di kelas XI SMA Negeri 1 Godong. *Imajiner: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2(5), 417–427. <https://doi.org/10.26877/imajiner.v2i5.6664>